

На правах рукописи



Дам Хыгу Хынг

**ОСАДКА И НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ БАРРЕТЫ И БАРРЕТНОГО
ФУНДАМЕНТА С УЧЕТОМ УПРУГО-ВЯЗКИХ И УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ
СВОЙСТВ ГРУНТОВ**

Специальность 2.1.2 – Основания и фундаменты, подземные сооружения

АВТОРЕФЕРАТ

Диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва - 2023

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ)

Научный руководитель: Доктор технических наук, профессор
Тер-Мартиросян Завен Григорьевич

Официальные оппоненты: **Готман Наталья Залмановна**
доктор технических наук,
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет транспорта», кафедра
«Автомобильные дороги, аэродромы, основания и
фундаменты», профессор

Боков Игорь Алексеевич
Кандидат технических наук,
Акционерное общество «Научно-исследовательский
«Строительство», лаборатория механики грунтов №17
НИИОСП им. Н. М. Герсванова, заведующий
лабораторией

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский горный университет»

Защита состоится « 26 » апреля 2023 г. в 12:00 (по местному времени) на заседании диссертационного совета 24.2.339.05 (Д 212.138.14), созданного на базе федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ) по адресу: 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, 9 студия.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» и на сайте www.mgsu.ru.

Автореферат разослан «__» _____ 20__ г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Сидоров Виталий Валентинович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы научно-квалификационной работы. В настоящее время свайные и барретные фундаменты широко используются в современном фундаментостроении. При возведении высотных зданий и сооружений на слабых водонасыщенных глинистых грунтах чаще всего используются буронабивные длинные сваи прямоугольного сечения под названием барреты. Баррета возводится по одиночке и в составе групп барретно плитного фундамента. При взаимодействии барреты с окружающим и подстилающим слабым глинистым грунтом, возникает в окружающих и подстилающих грунтах сложное и неоднородное НДС, обусловленное их нелинейными и реологическими свойствами. Это обстоятельство в значительной степени влияет на количественную оценку НДС системы баррета – окружающий и подстилающий грунты в том числе мгновенную и длительную осадку, а также несущую способность барретного фундамента в целом. Однако существующие формулы для оценки НДС системы свайно барретного основания ограничиваются решением задач по определению мгновенной осадки без учета нелинейных и реологических свойств грунтов. Это связано со значительными трудностями и необходимостью привлечения системы уравнений механики деформируемых сплошных сред, что в конечном итоге связано с решением систем нелинейных уравнений.

Постановка и решение задач о взаимодействии свай и баррет с окружающим и подстилающим грунтами аналитическим методом с помощью ПК Mathcad сыграют важную роль в прогнозе мгновенной и длительной осадки и несущей способности фундаментов, в том числе одиночной барреты, барретного фундамента.

Изложенное выше позволяет утверждать, что проблема количественной оценки НДС системы «барреты – окружающий и подстилающий грунты» с учетом фактора времени является актуальной.

Достоверность результатов решения задач аналитическим методом проверяется путем сопоставления с численными решениями, полученными в ПК Plaxis..

Степень разработанности темы. Вопросы по количественной оценке осадок и несущей способности свай, а также баррет с учетом линейных, нелинейных и реологических свойств отражены в трудах Советских Российских и зарубежных ученых Бартоломея А.А., Ободовского А.А., Метелюка Н.С., Заренина В.А., Прудентова А.И., Нарбута Р.М., Смородинова М.И., Трофименкова Ю.Г., Грутмана М.С., Знаменского В.В., Далматова Б.И., Лапшина Ф.К., Россихина Ю.В., Флорина В.А., Вялова С.С., Цытовича Н.А., Тер-Мартirosяна З.Г., Тер-Мартirosяна А.З., Месчяна С.Р., Арутюнцян Н.Х., Хархута Н.Н., Маслова Н.Н., Шкуле Л., Сидорова В.В., Nguyen G.N., Trinh T.V., Nguyen H.H., Ржаницина А.Р., Shamsheer Prakash, Hari D. Sharma, Carlo Viggiani, Alessandro Mandolini, Gianpiero Russo, Harry Poulos, Davis H.E., Ramaswamy, Pertusier, Davidson, Morrison, Pugh, Johnson, Bishop A.W., Lovenbury H.T., Folque J.B., Geuse E.C.W.A., Tan Tjong-kie, Haefeli R., Mitchell J.K., Campanella R.G., Singh A.

Задачами взаимодействия свайного фундамента с подстилающим окружающими слабыми грунтами с учетом нелинейного и реологических свойств занимались Тер-Мартirosян З.Г., Тер-Мартirosян А.З., Нгуен З.Н., Сидоров В.В., Чинь Т.В. Вопросы о НДС грунтового массива при нагружении фундаментом мелкого изучали Колосов Г.В., Ляв А., Фламан, Мелан Е., Горбунов-Посадов М.И., Махмуд Назир Баиети (под руководством Тер-Мартirosяна З.Г.)

В настоящей диссертации изучаются, ставятся и решаются задачи о взаимодействии одиночной барреты и барретного фундамента аналитическим методом. Получены формулы для определения НДС окружающего и подстилающего грунтов, в том числе изменяющегося со времени осадки при учете реологических свойств грунта. Они необходимы для прогноза осадки барретно-плитного фундамента на слабом основании.

Цель работы. Цель работы заключается в изучении и совершенствовании методов количественной оценки НДС системы «баррета, окружающий и подстилающий грунты», и прогноза осадки барреты и барретного фундамента аналитическим методом с учетом упруго-вязких и упруго-пластических свойств грунтов.

Задачи исследования. Для достижения поставленной цели сформулированы и решены следующие задачи:

1. Решить задачи о взаимодействии одиночной абсолютной жесткой барреты с окружающим однородным и многослойным линейно деформируемым грунтовым массивом и грунтом основания аналитическим методом без учета проскальзывания между барретой и окружающим грунтом на их контакте;

2. Решить задачу о взаимодействии одиночной сжимаемой барреты с однородным линейно деформируемым грунтовым массивом аналитическим методом;

3. Решить задачу о взаимодействии несжимаемой барреты с упругопластическими окружающим и упругим подстилающим грунтами, в том числе определены нелинейная осадка и несущая способность барреты;

4. Решить задачу о взаимодействии несжимаемой барреты с однородным упруго-вязко-пластичным окружающим и упругим подстилающим грунтами, в том числе определены длительная осадка и несущая способность барреты;

5. Прогнозировать осадку и несущую способность грунтов под нижним концом барреты в трехмерной постановке с применением системы уравнений Генки;

6. Решить задачу о взаимодействии несжимаемой барреты с многослойным упруго-вязко-пластическим окружающим и упругим подстилающим грунтами, и определить длительную осадку и несущую способность барреты;

7. Решить задачу о взаимодействии несжимаемой барреты с линейно-деформируемым окружающим, упругим подстилающим грунтами и ростверком в составе барретно-плитного фундамента, и представить формулу для определения величины осадки ячейки в составе барретно-плитном фундаменте;

8. Решить задачу о взаимодействии сжимаемой барреты с линейно- деформируемым окружающим, упругим подстилающим грунтами и ростверком в составе барретно-плитного фундамента, и представить формулу для определения осадки ячейки, а также приведенного модуля ячейки в целом.

Объектами исследования являются баррета, барретный фундамент, взаимодействующие с окружающим и подстилающим грунтами.

Предметом исследования является количественная оценка НДС грунтового массива, вмещающего баррету и ростверк с учетом упруго-вязкопластических свойств грунтов; необходимая для осадки барреты и барретно-плитного фундамента.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Дано решение задачи взаимодействия барреты с многослойным грунтовым массивом в линейной постановке;

2. Дано решение задачи о взаимодействии барреты с грунтовым массивом в упруго-пластической постановке, позволяющее рассчитать нелинейную зависимость кривой осадки-нагрузки (S - P), а также несущую способность барреты;

3. Даны решения задачи о взаимодействии барреты с окружающими грунтами в упруго – пластической постановке, с использованием реологических моделей Кельвина-Фойгта, Максвелла, Шведова, А.З. Тер-Мартirosяна, что позволяет дать их сравнительную оценку;

4. Включение в системе физических уравнений Генки реологических моделей А.З. Тер-Мартirosяна для описания развития сдвиговой деформации, а также модели Кельвина-Фойгта для описания объемной деформации, позволяет прогнозировать кривую осадка-время ($S - t$) фундамента конечной ширины, обладающая двойной кривизной с предельном длительной несущей способности фундамента;

5. Дана количественная оценка НДС грунтов при их взаимодействии с барретой, а также ростверком в составе барретно-плитного фундамента с учетом и без учета сжимаемости барреты в линейной постановке.

6. Предложены формулы определения приведенных модулей деформации, а также коэффициентов постели, коэффициента относительной сжимаемости, а также модуля деформации системы «баррета-ростверк-массив грунта» при расчете осадки барретно плитного фундамента.

Теоретическая и практическая значимость работы включаются в:

1. Решении задач по количественной НДС системы барреты с окружающим многослойным и подстилающим грунтами при учете их упруго-вязкопластических свойств аналитическим методом с учетом реологических моделей Максвелла, Кельвина-Фойгта, А.З. Тер-Мартirosяна и Тимошенко;

2. Определении закономерности распределения усилия, приложенного на оголовку одиночной барреты между нижним концом и боковой поверхностью барреты в линейной, нелинейной и реологической постановках при учете и без учета сжимаемости материала барреты;

3. Разработке метода определения несущей способности грунта под нижним концом барреты;

4. Решении задачи взаимодействия барреты с окружающим и подстилающим грунтами, а также с ростверком в составе барретно-плитного фундамента аналитическим и численным методами при учете и без учета сжимаемости материала барреты;

5. Получении формул для определения приведенных коэффициента относительной сжимаемости ячейки (баррета – ростверк – окружающий и подстилающий грунты) и коэффициента постели.

Методология и методы исследования. Для решения поставленной задач использовались система линейных уравнений Гука, и системы нелинейных уравнений Генки, а также теория прочности Кулона-Мора. В основу аналитического решения лежит расчетная модель З. Г. Тер-Мартirosяна о взаимодействии грунтовой ячейки, вмещающей барреты и плиту ростверка. Для определения приведенной жесткости многослойного массива грунта использован метод равенства условных деформаций слоев. В качестве расчетной для оценки НДС массива грунта, вмещающего баррету, использованы линейные, нелинейные и реологические модели, основанные на элементарных моделях упругости Гука, вязкого Ньютона, и пластичности Сен-Венана.

Положения, выносимые на защиту:

1. Результаты аналитического решения задач о взаимодействии одиночной барреты с однородным и многослойным окружающим и подстилающим грунтами (НДС) с учетом упруго, упруго-пластических и упруговязких свойств в составе физических уравнений Гука и Генки;

2. Результаты аналитического задач по прогнозу кратковременной и длительной несущей способности, стабилизированной осадки одиночной барреты при взаимодействии с однородным и многослойным окружающим и подстилающим грунтами в упруго-пластической, упруговязкой постановках;

3. Решении задачи взаимодействия барреты с окружающим и подстилающим грунтами, а также с ростверком в составе барретно-плитного фундамента аналитическим методами при учете и без учета сжимаемости материала барреты. Сопоставление с численным методом.

Степень достоверности и обоснованности результатов исследования. Предлагаемые результаты работы в теоретической части базировались на физических уравнениях Гука и Генки, а также упругих, упругопластических и вязкоупругих моделей грунта по Гуку, Тимошенко, Кулону – Мору, Григоряну, Тер-Мартirosяну, Максвелла и Кельвина – Фойгта. Парметры этих моделей определены по результатам трехосных испытаний, выполненных в лаборатории НОЦ Геотехнике МГСУ.

Апробация работы. Результаты исследований, полученные в ходе работы, докладывались и обсуждались на международных научных конференциях «Modelling and Methods of Structural Analysis»; «Deep Foundations and geotechnical problems of territories (DFGC 2021)»; «XXIX R-P-S Seminar 2020».

Личный вклад автора. Автор лично выполнил обзор современного состояния вопроса, участвовал в формулировании и постановке задачи и ее аналитическом решении. На его основе выполнил нелинейное решение с учетом поведения грунта вокруг барреты и под пятой барреты и его анализ путем построения графиков зависимости осадка-нагрузка, осадка-время при постоянной нагрузке с учетом упруго-вязких свойств грунтов. Выполнена сравнительная оценка аналитического и численного решений.

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 4 научных работ, в том числе 2 работы – в рецензируемых журналах из перечня, рекомендованного ВАК Министерства образования и 2 работы опубликованы в журналах, индексируемых в международной реферативной базе Scopus, Web of Science и других. Дам Хыу Хынг принимал участие в подготовке учебного издания «Механика грунтов в высотном строительстве с развитой подземной частью» (Тер-Мартirosян З. Г., Тер-Мартirosян А. З., 2020), где были использованы сведения научного и прикладного характера, приведённые в данной диссертации.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и приложения А. Общий объем составляет 152 страниц, 64 рисунков, 3 таблицы. Список литературы содержит 126 наименований, в том числе 36 иностранных.

Автор выражает искреннюю благодарность своему научному руководителю Почетному академику РААСН, Заслуженному деятелю науки РФ, почетному профессору МГСУ, доктору технических наук, профессору З.Г. Тер-Мартirosяну, доктору технических наук А.З. Тер-Мартirosяну и сотрудникам научно-образовательного центра «Геотехника» (НОЦ «Геотехника») за ценные практические советы, постоянную помощь и консультации в процессе выполнения настоящей диссертации.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе В первой главе приводится ознакомление с историей развития и применения барретных фундаментов. Приведен анализ существующих методов расчета осадки и несущей способности баррет и барретного фундамента. Большой вклад в исследование данных вопросов внесли труды Далматов Б.И., Лапшин Ф.К., Бартоломей А.А., Омельчак И.М., Юшков Б.С., Дорошкевич Н.М., Луга А.А., Федоровский В.Г., Тер-Мартirosян З.Г., Тер-Мартirosян А.З., Уткин В.С., Готман Н.З., Боков И.А., Лосева Е.С., Сидоров В.В., Нгуен З.Н., Чинь Т.В., Нгуен Н.Н., Vesic A.S., Janbu N., Coyle H.M., Castello R.R., Meyerhof G.G.

Вторая глава посвящена описанию упруго-пластических и упруго-вязких свойств грунтов, и их математической формулировке.

Изучением вопроса ползучести грунтовой среды занимались разные ученые, среди которых Вялов С.С., Маслов Н.Н., Арутюнян Н.Х., Месчан С.Р., Тер-Степанян Г.И., Цытович Н.А., Тер-Мартirosян З.Г., Зарецкий Ю.К., Тер-Мартirosян А.З., Гольдин А.Л. и др.

Упруго-пластические модели содержат разность $\tau^* - \tau$, ($\gamma = (\tau^* - \tau)/G$), и как правильно имеют точку перегиба зависимости $\gamma - \tau$. Это позволяет разделить НДС на область расширения на упруго и предельную (например в задаче Лямэ радиус пластической зоны). Замкнутое решение получается если в отдельности решать задачу в упругой зоне и в зоне предельного равновесия и сшивать по линии раздела. Это значительно осложняет решение упруго-пластических задач. Для

лишен такого недостатка возможны дробно-линейная функция Тимошенко $\gamma = \frac{\tau}{G} \cdot \frac{\tau^*}{\tau^* - \tau}$, и

также гиперболическая функция $\gamma = \gamma_0 sh(\tau/\tau^*)$ и степенная функция $\gamma = \frac{\tau}{G} \cdot (\tau^*/\tau)^n$; где

$$\tau^* = \sigma \cdot \tan \varphi + c.$$

Для описания упруго-вязкого свойств грунтов широко используются следующие модели, которые применяются также и в инженерной практике:

- При параллельном соединении вязких и упругих элементов получаем реологическую модель Кельвина-Фойгта: $\tau = G\gamma + \eta\dot{\gamma}$

- Упруго-вязко-пластическая модель Шведова для нахождения скорости угловой деформации имеет вид:

$$\dot{\gamma}_i = \frac{\tau_i - \tau_i^*}{\eta_i(t)} + \frac{\dot{\tau}_i}{G_i} \quad (2.1)$$

- Уравнение А.З. Тер-Мартirosяна для нахождения скорости угловой деформации с учетом упрочнения, где в качестве упрочнения вводится сама деформация γ . Как отмечает в своих работах Работнов Ю.Н. такое представление функции упрочнения является наилучшим.

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau - \tau_r}{\eta_\gamma(\sigma_m)} \left(\frac{e^{-\alpha\gamma}}{\varphi} + \frac{e^{\beta\gamma}}{\psi} \right) \quad (2.2)$$

Стоит также отметить, что уравнение (2.2) единственное, которое учитывает все три кривые реологии при одних параметрах (релаксация, ползучесть и кинематический сдвиг). Эффект одновременного упрочнения и разупрочнения, отмечающийся в глинистых грунтах, описывается в работах Вялова С.С., Гольдштейн М.Н., Маслова Н.Н., Тер-Мартirosяна З.Г., Месчана С.Р.

Третья глава посвящена количественной оценке взаимодействия сваи с окружающим и подстилающим грунтами аналитическим методом с учетом линейных, и нелинейных свойств грунтов.

Взаимодействие одиночной несжимаемой барретты с многослойным грунтовым основанием
Рассматриваем задачу взаимодействия одиночной барретты с многослойным грунтовым основанием. Расчетная схема поставленной задачи представлена на рисунке 3.1.

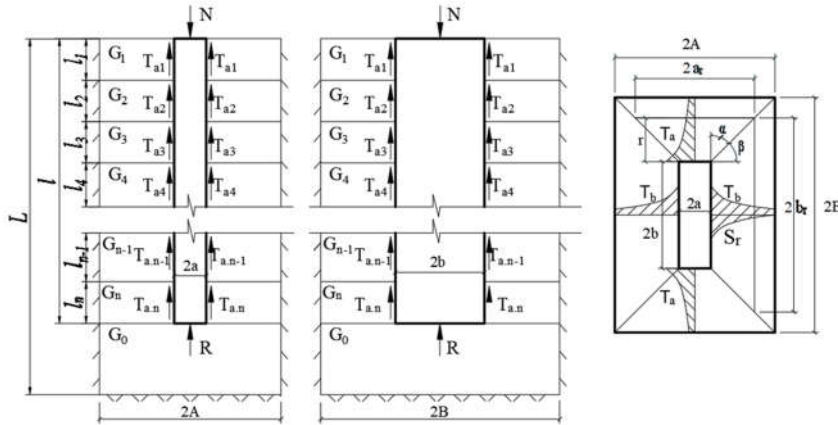


Рис. 3.1 Расчетная схема взаимодействия барретты с многослойной грунтовой прямоугольной призмой ячейки

Осадки i -ого слоя окружающего грунта в соответствии со стороной $2a$ и $2b$ на поверхностях барретты имеют виды:

$$S_{a,i} = \frac{T_{a,i}}{2G_i l_i \operatorname{tg} \alpha} \ln \left[\frac{a + (B-b) \operatorname{tg} \alpha}{a} \right]; \quad S_{b,i} = \frac{T_{b,i}}{2G_i l_i \operatorname{tg} \beta} \ln \left[\frac{b + (A-a) \operatorname{tg} \beta}{b} \right] \quad (3.1)$$

Осадку нижнего конца барретты получаем по известной зависимости осадки прямоугольного жесткого штампа с учетом коэффициента глубины $K_l < 1$, т.е. и имеем:

$$S_R = \frac{\sigma_R (1 - \nu_0) a K_l w}{G_0} = \sigma_R K \quad (3.2)$$

где G_0 , и ν_0 – параметры деформируемости подстилающего слоя; w – коэффициент, учитывающий формы штампа; σ_R – напряжение под нижним концом барретты.

С учетом несжимаемости барретты, система уравнений для нахождения усилий в грунтовом массиве имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{T_{a,i}}{2l_i G_i} H_1 &= \frac{T_{b,i}}{2l_i G_i} H_2; \quad \frac{T_{a,i}}{2l_i G_i} H_1 = \frac{T_{a,i+1}}{2l_{i+1} G_{i+1}} H_1; \quad \frac{T_{a,i}}{2l_i G_i} H_1 = \sigma_R K \\ 2 \sum_{i=1}^n T_{a,i} + 2 \sum_{i=1}^n T_{b,i} + 4ab \sigma_R K &= N \end{aligned} \quad (3.3)$$

где

$$H_1 = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \ln \left[\frac{a + (B-b) \operatorname{tg} \alpha}{a} \right]; \quad H_2 = \frac{1}{\operatorname{tg} \beta} \ln \left[\frac{b + (A-a) \operatorname{tg} \beta}{b} \right]$$

Решение системы уравнения (3.3) имеет вид:

$$\begin{aligned} T_{a,i} &= \frac{G_i l_i H_2 K N}{2\xi}; \quad T_{b,i} = \frac{G_i l_i H_1 K N}{2\xi}; \quad \sigma_R = \frac{H_1 H_2 N}{4\xi}; \quad S_R = \sigma_R K = \frac{K H_1 H_2 N}{4\xi} \\ \xi &= K \left(\sum_{i=1}^n G_i l_i \right) (H_1 + H_2) + H_1 H_2 ab \end{aligned} \quad (3.4)$$

Определяя расчетную величину σ_R в линейной постановке следует проверить степень её приближения к предельному состоянию ($\sigma_R < \sigma_R^*$). Такую проверку можно осуществить по формуле Л.Прандтля в виде:

$$\sigma_R^* = (\gamma d + c_0 \operatorname{ctg} \varphi_0) \frac{1 + \sin \varphi_0}{1 - \sin \varphi_0} e^{\pi \operatorname{tg} \varphi_0} - c_0 \operatorname{ctg} \varphi_0 \quad (3.5)$$

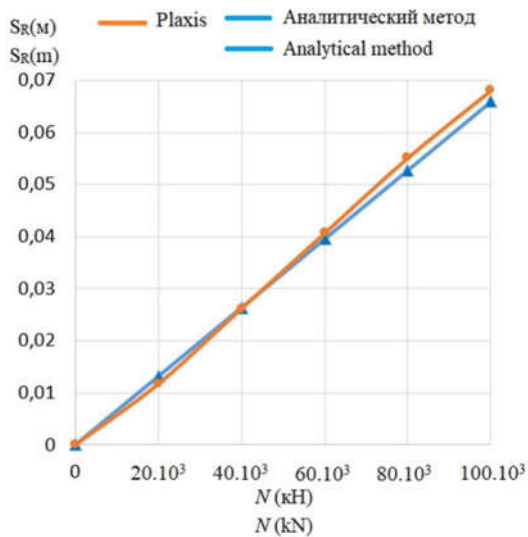


Рис. 3.2 Графики «нагрузка – осадка» (S_R), полученные по (3.4) и численным методом в Plaxis 3D

Взаимодействие одиночной сжимаемой барретты с двухслойным основанием

Рассматриваем взаимодействие длинной сжимаемой барретты с окружающим и подстилающим грунтами.

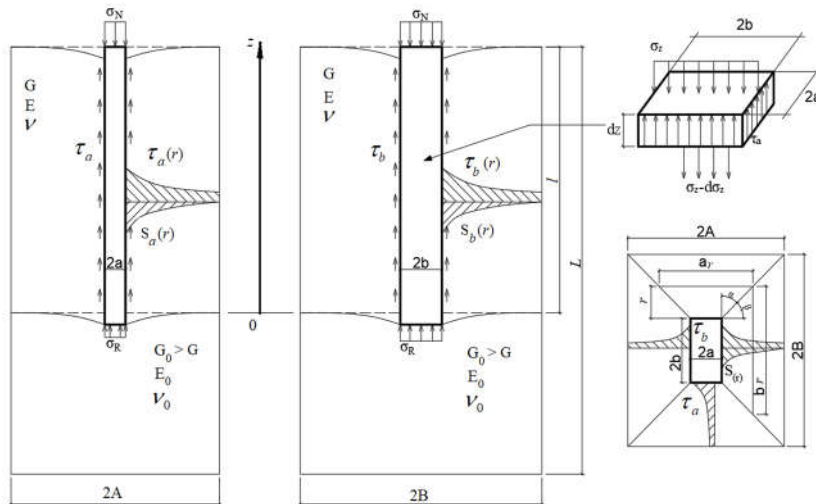


Рис. 3.3 Расчетная схема взаимодействия сжимаемой барретты с грунтовой ячейкой

Приращение нагрузки в створе барретты на $d\sigma_b$ уравнивается касательными напряжениями на контакте барретты окружающих грунтов $\tau_{a,z}$, $\tau_{b,z}$ причем:

$$2a \cdot 2b \cdot d\sigma_b = (4 \cdot \tau_a \cdot a + 4 \cdot \tau_b \cdot b) \cdot dz \quad (3.6)$$

Из условия отсутствия проскальзывания ($S_b(z) = S_a(z)$) в пределе длины погружения барретты получаем дифференциальное уравнение второго порядка, которое представлено в виде:

$$\frac{d^2 S}{dz^2} - \lambda^2 \cdot S = 0; \quad \lambda^2 = \frac{G_0 \cdot (H_2 + H_1)}{E_0 \cdot a \cdot b \cdot H_1 \cdot H_2} \left[\frac{1}{cm^2} \right] \quad (3.7)$$

Решение дифференциального уравнения (3.7) имеет вид:

$$S_b(z) = \sigma_N \cdot V_1 \cdot sh\lambda z + \sigma_N \cdot V_2 \cdot ch\lambda z \quad (3.8)$$

где

$$V_1 = \frac{1}{E_0 \cdot \lambda \cdot ch\lambda l} - \frac{K \cdot sh\lambda l}{(ch\lambda l)^2 + K \cdot \lambda \cdot E_0 \cdot sh\lambda l \cdot ch\lambda l}; \quad V_2 = \frac{K}{ch\lambda l + K \cdot \lambda \cdot E_0 \cdot sh\lambda l} \quad (3.9)$$

Распределения касательных напряжений на поверхности барретты и напряжение под пятой барретты представлены следующим образом:

$$\tau_a(z) = \sigma_N \frac{G}{a \cdot H_1} [V_1 \cdot sh\lambda z + V_2 \cdot ch\lambda z]; \quad \tau_b(z) = \sigma_N \frac{G}{a \cdot H_2} [V_1 \cdot sh\lambda z + V_2 \cdot ch\lambda z]; \quad \sigma_R = \frac{\sigma_N}{ch\lambda l + K \cdot \lambda \cdot E_0 \cdot sh\lambda l} \quad (3.10)$$

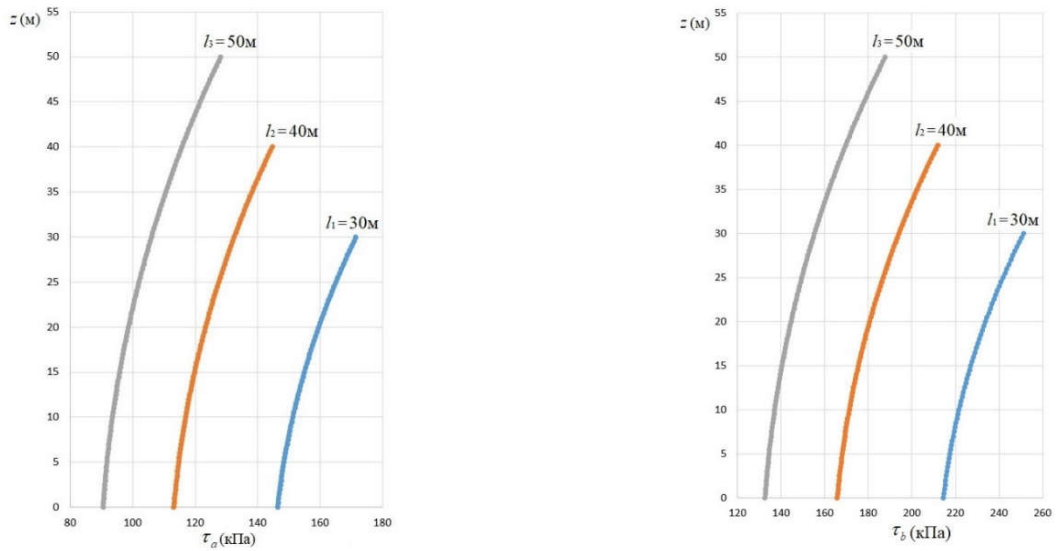


Рис. 3.4. Кривые зависимости $\tau_a(z)$, и $\tau_b(z)$ от глубины

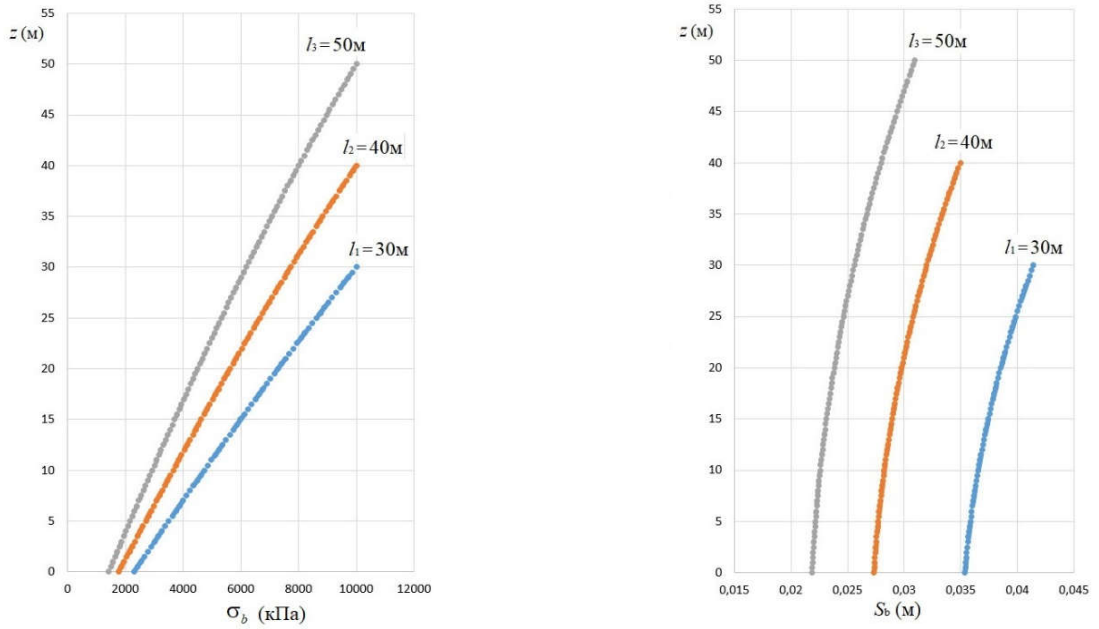


Рис. 3.5. Кривые зависимости $\sigma_b(z)$, и $S_b(z)$ от глубины

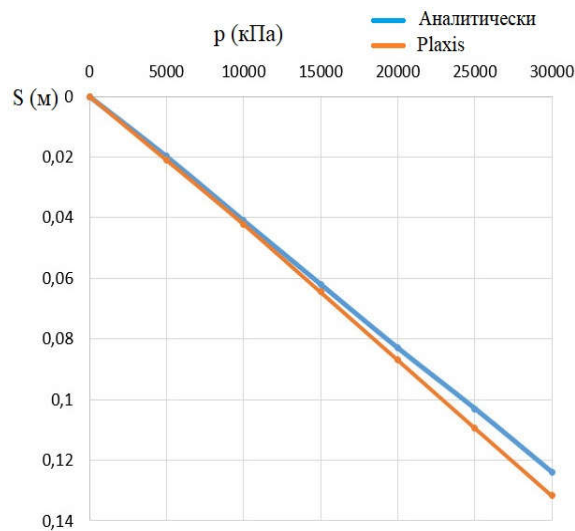


Рис. 3.6. Графики «нагрузка – осадка», полученные по формуле (3.8) и численным методом в Plaxis 3D

Взаимодействие одиночной барреты с двухслойным основанием с учетом их нелинейных свойств

В случае описания нелинейной сдвиговой деформации от касательного напряжения, принята нелинейная модель С.П. Тимошенко, имеем:

$$\gamma(r) = \frac{\tau(r)}{G} \cdot \frac{\tau^*}{\tau^* - \tau(r)} \quad (3.11)$$

Максимальные осадки на поверхности барреты представлены следующим образом:

$$S_a = \frac{T_a}{2Gltg\alpha} \cdot \ln \left[\frac{(a + (B - b) \cdot tg\alpha) T_a^* - a \cdot T_a}{T_a^* - T_a} \right]$$

$$S_b = \frac{T_b}{2Gltg\beta} \cdot \ln \left[\frac{(b + (A - a) \cdot tg\beta) T_b^* - b \cdot T_b}{T_b^* - T_b} \right] \quad (3.12)$$

Система уравнений для нахождения усилий, возникающего в грунтовом массиве при взаимодействии с барретой с учетом упруго-пластического свойства имеет вид:

$$\frac{T_a}{tg\alpha} \cdot \ln \left[\frac{(a + (B - b) \cdot tg\alpha) T_a^* - a \cdot T_a}{T_a^* - T_a} \right] = \frac{T_b}{tg\beta} \cdot \ln \left[\frac{(b + (A - a) \cdot tg\beta) T_b^* - b \cdot T_b}{T_b^* - T_b} \right]$$

$$\frac{T_a}{2Gltg\alpha} \cdot \ln \left[\frac{(a + (B - b) \cdot tg\alpha) T_a^* - a \cdot T_a}{T_a^* - T_a} \right] = \sigma_R \cdot \frac{(1 - \nu_0) a K_l \omega}{G_0} \cdot \frac{\sigma_R^*}{\sigma_R^* - \sigma_R} \quad (3.13)$$

$$2T_a + 2T_b + 4ab\sigma_R = 4ab\sigma_N$$

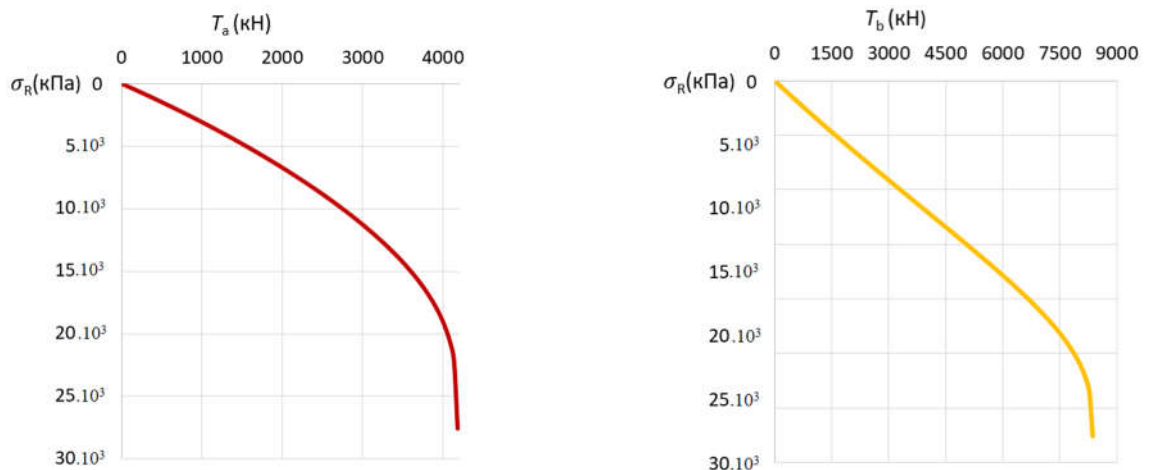


Рис. 3.7 Кривые зависимости σ_R от T_a , и σ_R от T_b

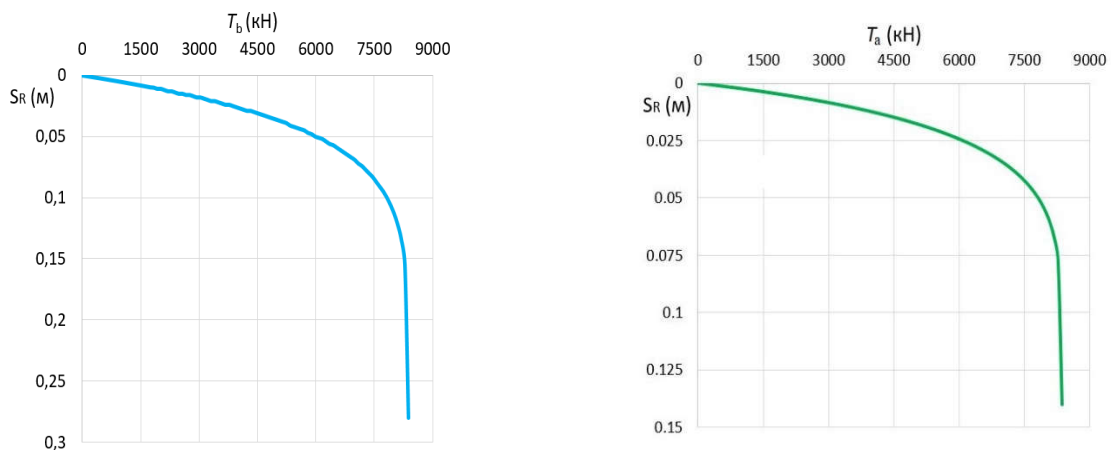


Рис. 3.8 Кривые зависимости S_R от T_b , и S_R от T_a

Осадка и несущая способность подстилающего грунтового слоя в трехмерной постановке

Система физических уравнений Генки позволяет определить линейную и нелинейную зависимости между напряжениями и деформациями и имеют вид:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \chi(\sigma_x - \sigma_m) + \chi^* \sigma_m; \quad \gamma_{xy} = 2\chi \cdot \tau_{xy} \\ \varepsilon_y &= \chi(\sigma_y - \sigma_m) + \chi^* \sigma_m; \quad \gamma_{yz} = 2\chi \cdot \tau_{yz} \\ \varepsilon_z &= \chi(\sigma_z - \sigma_m) + \chi^* \sigma_m; \quad \gamma_{zy} = 2\chi \cdot \tau_{zy}\end{aligned}\quad (3.14)$$

$$\text{где } \chi = \frac{\gamma_i}{2\tau_i} = \frac{f(\tau_i, \sigma_m, \mu_\sigma)}{2\tau_i}; \quad \chi^* = \frac{\varepsilon_m}{\sigma_m} = \frac{f(\tau_i, \sigma_m, \mu_\sigma)}{\sigma_m} \quad (3.15)$$

τ_i - интенсивность касательных напряжений, μ_σ - параметр вида НДС по Надаи-Доле

Уравнение Генки при $\chi = 1/2G$ и $\chi^* = 1/K$, где $G = E/2(1+\nu)$ и $K = E/(1-2\nu)$ переходят в уравнения Гука.

На основании решения задачи Буссинеска о силе, приложенной на поверхности полупространства Q (кН) (рисунок 3.9 а). Выражения для определения σ_z и σ_m в центральных точках площади нагружения ($2a \times 2b$), (при $x = y = 0$) на глубине l (рис. 3.9 б), принимают следующий вид:

$$\sigma_z = \frac{2\sigma_R}{\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{ab}{z\sqrt{a^2+b^2+z^2}} + \frac{abz(a^2+b^2+2z^2)}{(a^2+z^2)(b^2+z^2)\sqrt{a^2+b^2+z^2}} \right] \quad (3.16)$$

$$\sigma_m = \frac{4\sigma_R(1+\nu)}{3\pi} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{ab}{z\sqrt{a^2+b^2+z^2}} \right) \right] \quad (3.17)$$

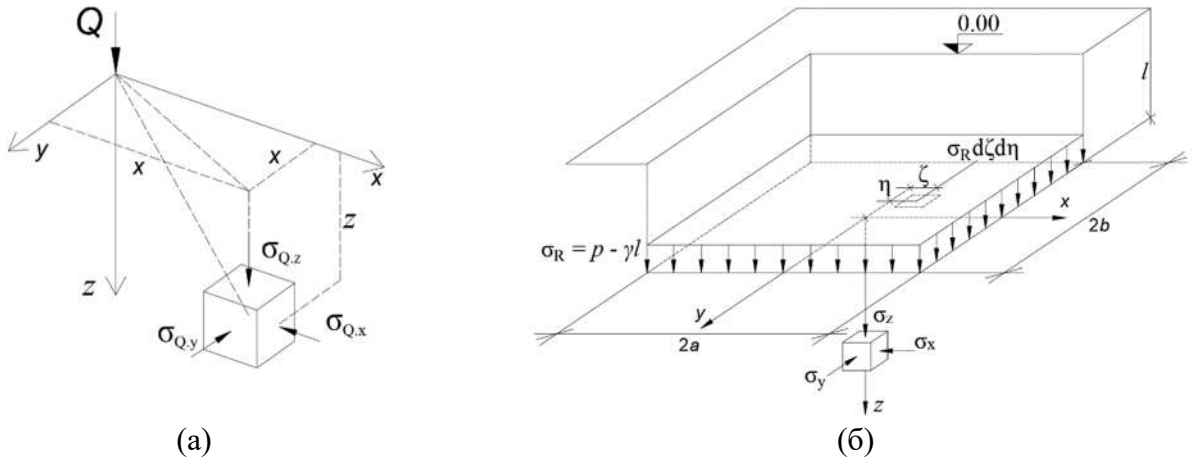


Рис. 3.9 Расчетная схема задачи Буссинеска о сосредоточенной силе Q (а) и от распределенной нагрузки $dQ = \sigma_R d\xi d\eta$ (б)

Осадка подстилающего грунтового слоя в упругой постановке

Для линейно-упругой грунтовой среды деформации ε_γ и ε_ν элементов грунта в любых точках определяются с применением выражений σ_z и σ_m из (3.16) и (3.17):

$$\varepsilon_z = \varepsilon_\gamma + \varepsilon_\nu = \frac{\sigma_z - \sigma_m}{2G} + \frac{\sigma_m}{K} \quad (3.18)$$

Суммарная осадка представлена следующим образом:

$$S = S_\gamma + S_\nu = \int_0^{H_C} \varepsilon_\gamma dz + \int_0^{H_C} \varepsilon_\nu dz = \int_0^{H_C} \frac{\sigma_z - \sigma_m}{2G} dz + \int_0^{H_C} \frac{\sigma_m}{K} dz \quad (3.19)$$

где H_c – сжимаемая толщина (м).

$$S_\gamma = A + B + C \quad (3.20)$$

$$A = \frac{\sigma_R(1-2\nu)}{3\pi G} H_c \operatorname{arctg} \frac{ab}{H_c \sqrt{a^2 + b^2 + H_c^2}} \quad (3.21)$$

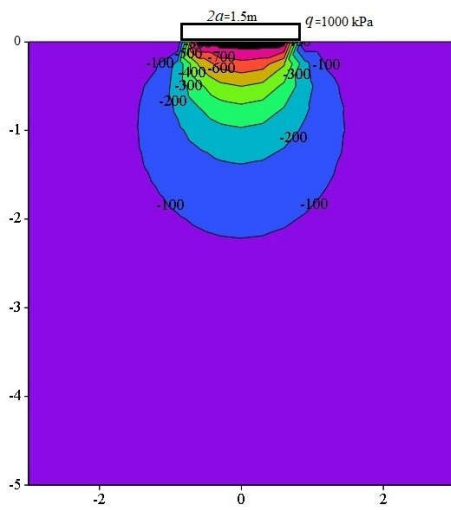
$$B = \frac{\sigma_R(1-2\nu)}{3\pi G} \left[H_3 \ln \left| \frac{8H_3^3 - 2(a^2 + b^2)H_3 + ab\sqrt{a^2 + b^2 + H_c^2}}{-8H_3^3 + 2(a^2 + b^2)H_3 + ab\sqrt{a^2 + b^2 + H_c^2}} \right| + H_4 \ln \left| \frac{8H_4^3 - 2(a^2 + b^2)H_4 + ab\sqrt{a^2 + b^2 + H_c^2}}{-8H_4^3 + 2(a^2 + b^2)H_4 + ab\sqrt{a^2 + b^2 + H_c^2}} \right| \right. \\ \left. - H_3 \ln \left| \frac{8H_3^3 - 2(a^2 + b^2)H_3 + ab\sqrt{a^2 + b^2}}{-8H_3^3 + 2(a^2 + b^2)H_3 + ab\sqrt{a^2 + b^2}} \right| - H_4 \ln \left| \frac{8H_4^3 - 2(a^2 + b^2)H_4 + ab\sqrt{a^2 + b^2}}{-8H_4^3 + 2(a^2 + b^2)H_4 + ab\sqrt{a^2 + b^2}} \right| \right] \quad (3.22)$$

$$C = \frac{\sigma_R}{2\pi G} \left[a \ln \left| \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + H_c^2} - b}{\sqrt{a^2 + b^2 + H_c^2} + b} \right| - a \ln \left| \frac{\sqrt{a^2 + b^2} - b}{\sqrt{a^2 + b^2} + b} \right| \right. \\ \left. + b \ln \left| \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + H_c^2} - a}{\sqrt{a^2 + b^2 + H_c^2} + a} \right| - b \ln \left| \frac{\sqrt{a^2 + b^2} - a}{\sqrt{a^2 + b^2} + a} \right| \right] \quad (3.23)$$

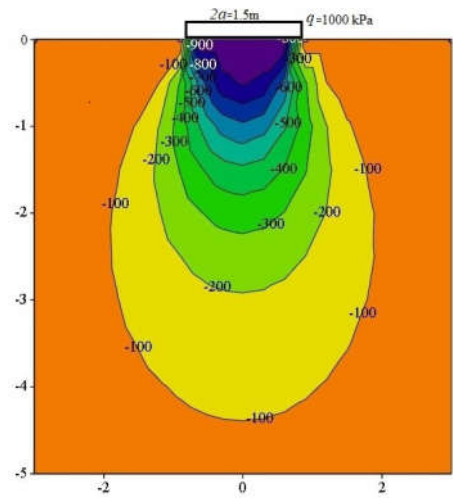
$$S_\nu = \frac{4\sigma_R(1+\nu)}{3\pi K} H_c \operatorname{arctg} \frac{ab}{H_c \sqrt{a^2 + b^2 + H_c^2}} + \\ + \frac{4\sigma_R(1+\nu)}{3\pi K} H_3 \ln \left| \frac{8H_3^3 - 2(a^2 + b^2)H_3 + ab\sqrt{a^2 + b^2 + H_c^2}}{-8H_3^3 + 2(a^2 + b^2)H_3 + ab\sqrt{a^2 + b^2 + H_c^2}} \right| - \frac{4\sigma_R(1+\nu)}{3\pi K} H_3 \ln \left| \frac{8H_3^3 - 2(a^2 + b^2)H_3 + ab\sqrt{a^2 + b^2}}{-8H_3^3 + 2(a^2 + b^2)H_3 + ab\sqrt{a^2 + b^2}} \right| \\ + \frac{4\sigma_R(1+\nu)}{3\pi K} H_4 \ln \left| \frac{8H_4^3 - 2(a^2 + b^2)H_4 + ab\sqrt{a^2 + b^2 + H_c^2}}{-8H_4^3 + 2(a^2 + b^2)H_4 + ab\sqrt{a^2 + b^2 + H_c^2}} \right| - \frac{4\sigma_R(1+\nu)}{3\pi K} H_4 \ln \left| \frac{8H_4^3 - 2(a^2 + b^2)H_4 + ab\sqrt{a^2 + b^2}}{-8H_4^3 + 2(a^2 + b^2)H_4 + ab\sqrt{a^2 + b^2}} \right| \quad (3.24)$$

$$\text{где } H_3 = \sqrt{\frac{(a^2 + b^2) - \sqrt{(a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2}}{8}}; \quad H_4 = \sqrt{\frac{(a^2 + b^2) + \sqrt{(a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2}}{8}} \quad (3.25)$$

Изолинии напряжений, полученные на основе формул (3.16) и (3.17), представлены на рисунке 3.10



(a)



(б)

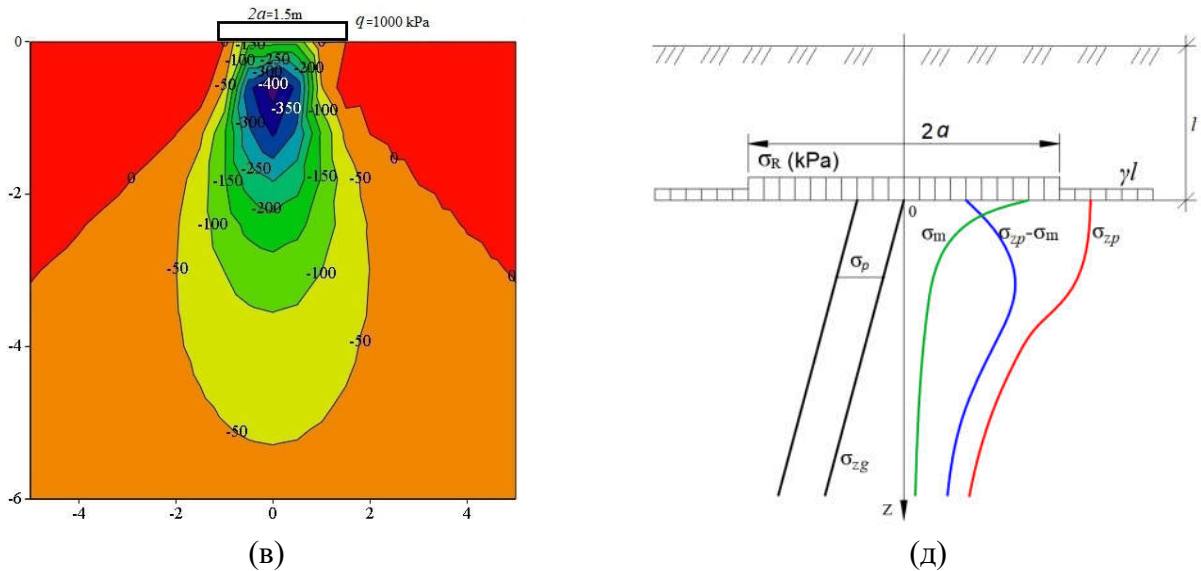


Рис. 3.10 Изолинии напряжений $\sigma_m(a)$, $\sigma_z(b)$, $\sigma_z - \sigma_m$ (в) (при $a = 0.75$ м; $b = 1.5$ м; $\sigma_R = 1000$ кПа) и расчетная схема для определения сдвиговых и объемных деформаций грунтового основания на основе модели Генки

Осадка и несущая способность подстилающего грунтового слоя в упруго-пластической постановке

При оценке осадки нижнего конца барреты система физических уравнений Генки выражает свою особенность анализа полных деформаций в виде сдвиговых и объемных деформаций. Уравнение для суммарной деформации кратко отображается следующим образом:

$$\varepsilon_z = \varepsilon_\gamma + \varepsilon_v = \frac{\sigma_z - \sigma_m}{G(\sigma_m, \tau_i/\tau_i^*)} + \frac{\sigma_m}{K(\sigma_m)} \quad (3.26)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z - \sigma_m}{2G^e \left(1 - \frac{\tau_i}{\tau_i^*}\right)} + \varepsilon^* (1 - e^{-a\sigma_m}) \quad (3.27)$$

где

$$\tau_i = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \quad (3.28)$$

σ_x - вычисляется путем подставки $x = 0$; $y = 0$ в выражения $\sigma_x(x, y, z)$ после интегрирования по выражению (3.29).

$$\sigma_x(x, y, z) = \int_{-a}^a \int_{-b}^b \frac{\sigma_R}{2} \left[\frac{3(x-\xi)^2 z}{R_1^5} - (1-2\nu) \left(\frac{(x-\xi)^2 - (y-\eta)^2}{((x-\xi)^2 + (y-\eta)^2) R_1 (z+R_1)} + \frac{(y-\eta)^2 z}{((x-\xi)^2 + (y-\eta)^2) R_1^3} \right) \right] d\xi d\eta \quad (3.29)$$

где $R_1 = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2}$

$$\tau_i^* = (\sigma_m + \gamma l + \gamma_0 z) \cdot \operatorname{tg} \phi_i + c_i \quad (3.30)$$

σ_m определяется по (3.17); γ – удельный вес окружающего грунта; l – глубина заложения нижнего конца барреты; γ_0 – удельный вес подстилающего грунта; ϕ_i – угол внутреннего грунта; c_i – сцепление.

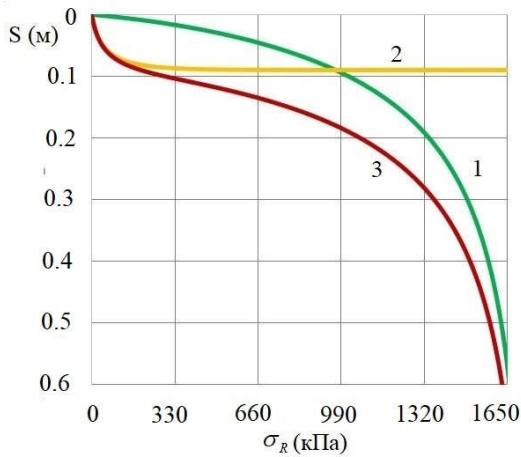
В качестве расчетной для определения нелинейных объемных деформаций принимается зависимости вида

$$\varepsilon_m(\sigma_m) = \varepsilon^* (1 - e^{-\alpha\sigma_m}) \quad (3.31)$$

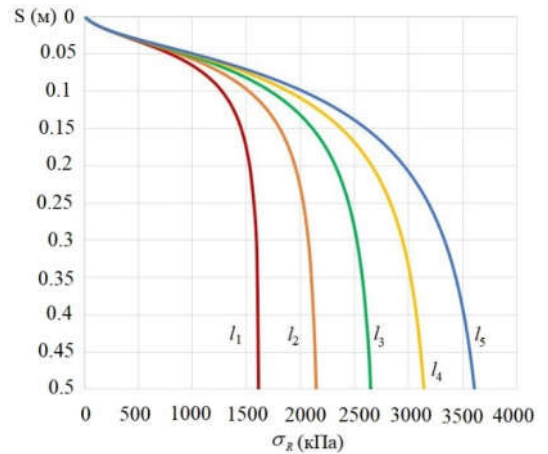
Предложенное академиком РАН С.С. Григоряном.

Кривые зависимости общей осадки $S(\sigma_R)$ от σ_R построены при интегрировании уравнения (3.27) по z от 0 до H_C , где H_C – глубина сжимаемой толщи подстилающего грунта.

$$S(\sigma_R) = S_\gamma(\sigma_R) + S_v(\sigma_R) = \int_0^{H_C} \frac{\sigma_z(\sigma_R) - \sigma_m(\sigma_R)}{2G^e \left[1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_z(\sigma_R) - \sigma_x(\sigma_R)}{(\sigma_m(\sigma_R) + \gamma l + \gamma_0 z) \cdot \text{tg}\phi + c} \right]} dz + \int_0^{H_C} \varepsilon^* (1 - e^{-\alpha\sigma_m(\sigma_R)}) dz \quad (3.32)$$



(а)



(б)

Рис. 3.11 Кривые зависимости $S_\gamma(\sigma_R)$ –1, $S_v(\sigma_R)$ –2, $S(\sigma_R)$ –3 от σ_R (а) при $l = 5$ м; и кривые зависимости общей осадки $S(\sigma_R)$ от σ_R при различных глубинах заложения подошвы барретты $l_1 = 5$ м; $l_2 = 7.5$ м; $l_3 = 10$ м; $l_4 = 12.5$ м; $l_5 = 15$ м. (б)

В четвертой главе приведены решения о взаимодействии одиночной барретты с окружающим и подстилающим грунтами в упруго-вязко-пластической постановках, а также приведено решение задачи на основе реологической модели Тер-Мартirosяна А.З, модели Шведова и Кельвина Фойгта.

Взаимодействие барретты с многослойным грунтовым массивом в упруго-вязко-пластической постановке. (Расчетная схема представлена на рисунке 4.1.)

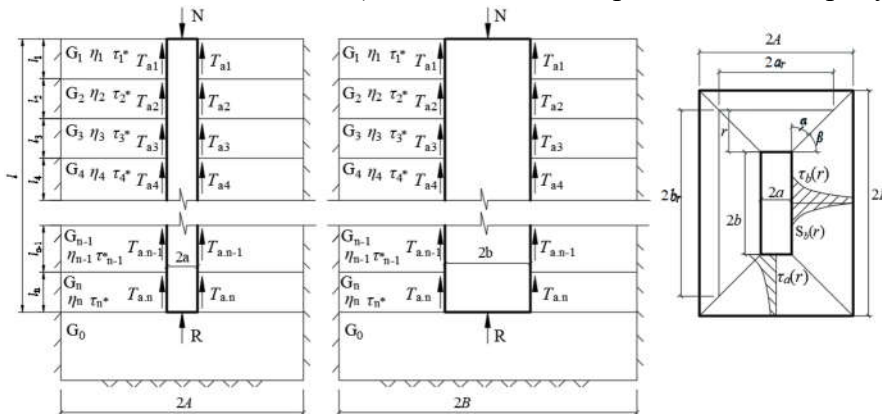


Рис. 4.1 Расчетная схема взаимодействия абсолютно жесткой барретты с окружающим и подстилающим грунтами в упруго-вязкопластической постановке

Рассматриваем НДС многослойным массив грунта, состоящий из упругого подстилающего грунта и многослойного окружающего грунта, обладающего упруго-

вязкопластическим свойством. Для учета упруго-вязкопластического свойства i -ого окружающего грунта, используется реологическая модель Шведова в виде:

$$\dot{\gamma}_i = \frac{\tau_i - \tau_i^*}{\eta_i(t)} + \frac{\dot{\tau}_i}{G_i} \quad (4.1)$$

где τ_i и τ_i^* - касательное и сопротивление сдвигу i -ого окружающего грунта, соответственно, причем τ_i^* определяется из условия Кулона-Мора; $\eta_i(t)$, и G_i - вязкость и модуль сдвига окружающего грунта.

После некоторых преобразований зависимость приведенного модуля сдвига массива грунта от модулей сдвига слоев окружающего грунта приобретена вида:

$$G = \frac{l_1 G_1 + l_2 G_2 + \dots + l_n G_n}{l} \quad (4.2)$$

Зависимость усредненной вязкости массива грунта от вязкостей и мощностей слоев окружающего грунта:

$$\eta(t) = \frac{l_1 \eta_1(t) + l_2 \eta_2(t) + \dots + l_n \eta_n(t)}{l} \quad (4.3)$$

τ^* - усредненное сопротивление сдвигу массива грунта:

$$\tau^* = \frac{l_1 \tau_1^* + l_2 \tau_2^* + \dots + l_n \tau_n^*}{l} \quad (4.4)$$

Скорость развития осадки по поверхности барреты имеет зависимость вида:

$$\dot{S}(r) = -\int \dot{\gamma}(r) dr + C \quad (4.5)$$

После некоторых преобразований, скорость развития осадки по стороне $2a$ и $2b$ принимается следующим образом:

$$\dot{S}_a = \frac{T_a}{2\eta l} H_1 - \frac{\tau^*}{\eta} (B-b) + \frac{\dot{T}_a}{2G l} H_1; \quad \dot{S}_b = \frac{T_b}{2\eta l} H_2 - \frac{\tau^*}{\eta} (A-a) + \frac{\dot{T}_b}{2G l} H_2 \quad (4.6)$$

где H_1 и H_2 определяются по (3.3)

Скорость осадки подстилающего грунта под подошвой барреты от действия σ_R можно определить на основании упругого решение (3.2), т.е. имеем:

$$\dot{S}_R = \frac{\dot{\sigma}_R (1 - \nu_0) a K_l \omega}{G_0} \quad (4.7)$$

Из условия абсолютной жесткости материала барреты отметим, что:

$$\dot{S}_R = \dot{S}_a = \dot{S}_b \quad (4.8)$$

Исходя из вышеуказанных выражений, получаем дифференциальное уравнение:

$$\dot{\sigma}_R + \sigma_R P = Q \quad (4.9)$$

где

$$P = \frac{ab \cdot H_1 H_2}{(H_1 + H_2) \cdot l \cdot K \cdot \eta + \frac{\eta ab \cdot H_1 H_2}{G}}; \quad Q = \frac{N \cdot H_1 H_2 - 4 \cdot l \cdot \tau^* [(B-b) H_2 + (A-a) H_1]}{4(H_1 + H_2) \cdot l \cdot K \cdot \eta + \frac{4 \eta ab \cdot H_1 H_2}{G}} \quad (4.10)$$

Решение дифференциального уравнения (4.9) известно и имеет вид:

$$\sigma_R(t) = e^{-\int P dt} \left\{ \int Q e^{\int P dt} dt + C_0 \right\} \quad (4.11)$$

Учитывая граничное условие при $t = 0$, окончательное выражение напряжения на пяте барреты принимается следующим образом:

$$\sigma_R(t) = \frac{Q}{P} + \left[\sigma_R(0) - \frac{Q}{P} \right] e^{-Pt} \quad (4.12)$$

Зависимость осадки продавливания барреты $S_R(t)$ от времени представлена в виде:

$$S_R(t) = \frac{Q(1-\nu_0)aK_l\omega}{PG_0} + \left[\sigma_R(0) - \frac{Q}{P} \right] \frac{(1-\nu_0)aK_l\omega}{G_0} e^{-Pt} \quad (4.13)$$

Зависимость суммарной силы трения $T = 2T_a + 2T_b$ представлена следующим образом:

$$T(t) = N - 4ab \left[\frac{Q}{P} + \left(\sigma_R(0) - \frac{Q}{P} \right) e^{-Pt} \right] \quad (4.14)$$

где $\sigma_R(0)$ определяется по (3.4).

Графики $\sigma_R(t)$; $S_R(t)$; и $T(t)$ представлены на рисунках 4.2 и 4.3.

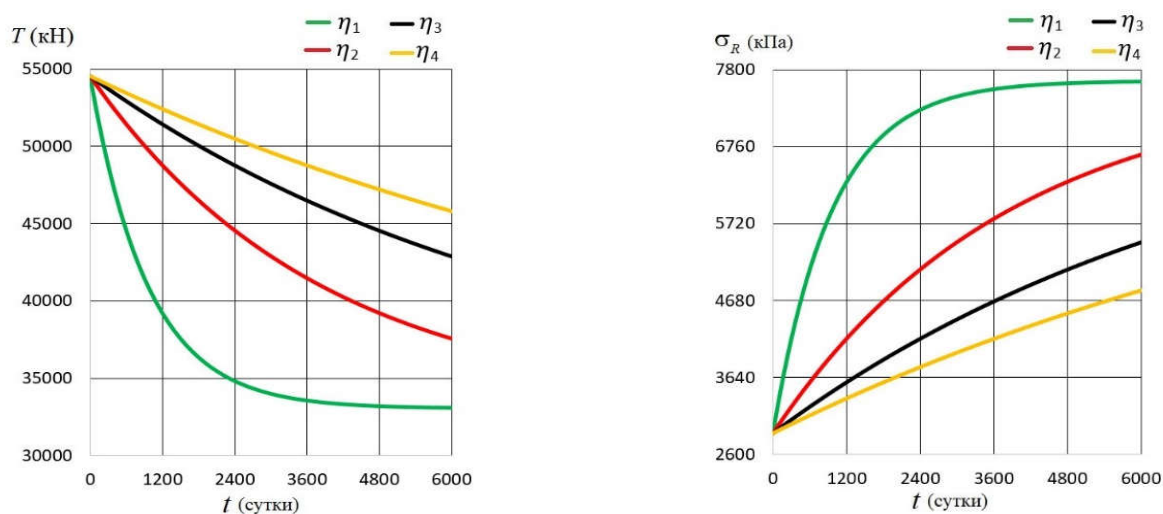


Рис. 4.2. Кривые зависимости $T(t)$ и $\sigma_R(t)$ от времени t (сутки)

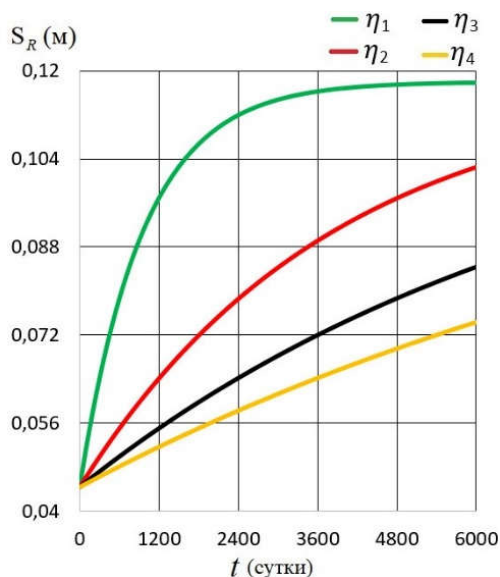


Рис. 4.3 Кривая зависимость $S_R(t)$ от времени t (сутки)

В случае переменной вязкости по времени $\eta(t) = \eta_0(1 + \alpha t)$ для окружающего грунта, уравнение (4.9) можно записаться в виде:

$$\dot{\sigma}_R + \sigma_R \frac{P^*}{1 + \alpha t} = \frac{Q^*}{1 + \alpha t} \quad (4.15)$$

где
$$P^* = \frac{ab.H_1H_2}{(H_1 + H_2).l.K.\eta_0 + \frac{\eta_0 ab.H_1H_2}{G}}; Q^* = \frac{N.H_1H_2 - 4.l.\tau^* [(B-b)H_2 + (A-a)H_1]}{4(H_1 + H_2).l.K.\eta_0 + \frac{4\eta_0 ab.H_1H_2}{G}} \quad (4.16)$$

Решение дифференциального уравнения (4.15) известно и имеет вид:

$$\sigma_{R_\alpha}(t) = e^{-\int \frac{P^*}{1+\alpha t} dt} \left\{ \int \frac{Q^*}{1+\alpha t} e^{\int \frac{P^*}{1+\alpha t} dt} dt + C_0^* \right\} \quad (4.17)$$

При $t = 0$, окончательные выражения $\sigma_{R_\alpha}(t)$ и $S_{R_\alpha}(t)$ приняты следующим образом:

$$\sigma_{R_\alpha}(t) = \frac{Q^*}{P^*} + \left(\sigma_R(0) - \frac{Q^*}{P^*} \right) (1 + \alpha t)^{-\frac{P^*}{\alpha}} \quad (4.18)$$

$$S_{R_\alpha}(t) = \sigma_R(t) \cdot K = \frac{Q^*}{P^*} K + \left(\sigma_R(0) - \frac{Q^*}{P^*} \right) \frac{(1 - \nu_0) a K_l \omega}{G_0} (1 + \alpha t)^{-\frac{P^*}{\alpha}} \quad (4.19)$$

Зависимость суммарной силы трения $T = 2T_a + 2T_b$ принимается:

$$T_\alpha(t) = N - 4ab \cdot \frac{Q^*}{P^*} - 4ab \cdot \left(\sigma_R(0) - \frac{Q^*}{P^*} \right) (1 + \alpha t)^{-\frac{P^*}{\alpha}} \quad (4.20)$$

где $\sigma_R(0)$ определяется по (3.4).

Графики $\sigma_{R_\alpha}(t)$; $S_{R_\alpha}(t)$; и $T_\alpha(t)$ представлены на рисунках 4.4 и 4.5.

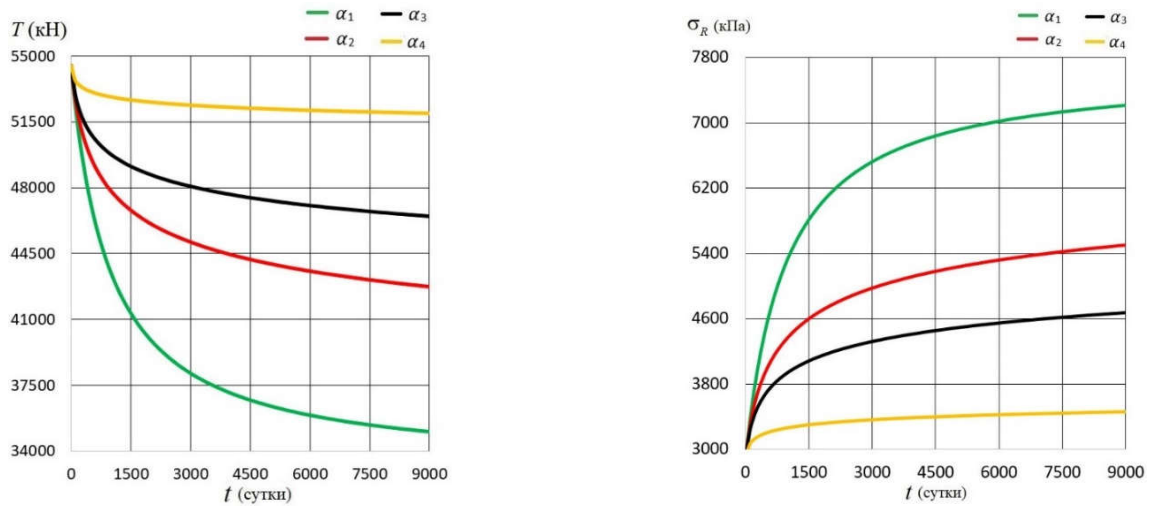


Рис. 4.4. Кривые зависимости $T_\alpha(t)$ и $\sigma_{R_\alpha}(t)$ от времени t (сутки)

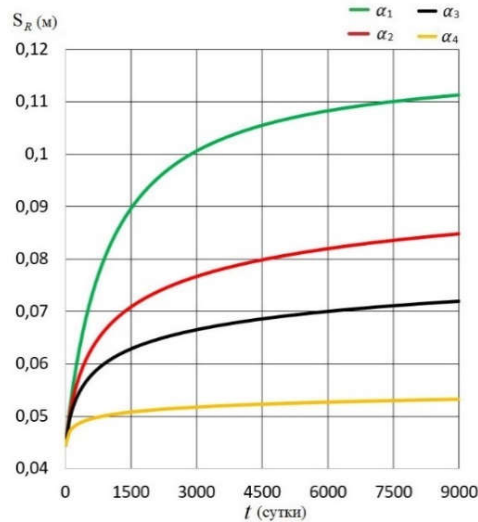


Рис. 4.5. Кривая зависимость $S_{R_\alpha}(t)$ от времени t (сутки)

Прогноз осадки барреты с учетом несущей способности подстилающего слоя на основе реологической модели А.З. Тер – Мартирисяна и модель Кельвина – Фойгта

В рассматриваемом нами случае скорость деформации $\dot{\varepsilon}_z$ в слое грунта под воздействием σ_z и σ_m ((3.16) и (3.17)), и возможностью развития деформаций $\varepsilon_x \neq 0$ и $\varepsilon_y \neq 0$ и при упруго-вязкой объемной деформации можно представить в виде суммы $\dot{\varepsilon}_z(\gamma) + \dot{\varepsilon}_z(\nu)$.

$$\dot{\varepsilon}_z = \dot{\varepsilon}_{z(\gamma)} + \dot{\varepsilon}_{z(\varepsilon)}. \tag{4.21}$$

$$\dot{\varepsilon}_z = \frac{\sigma_z - \sigma_m}{\eta_\gamma(\sigma_m)} \cdot \left(\frac{e^{-\alpha \varepsilon_z}}{\varphi} + \frac{e^{\beta \varepsilon_z}}{\psi} \right) + \frac{\sigma_m}{K(\sigma_m)} \cdot \left(\frac{K}{\eta_\nu} e^{-\frac{Kt}{\eta_\nu}} \right) \tag{4.22}$$

В третьей главе приведены формулы для определения осадки подстилающего грунта под нижним концом барреты со сжимаемой толщиной H_c в виде суммы $\varepsilon_{zi}(t) = \varepsilon_{zi(\gamma,t)} + \varepsilon_{zi(\varepsilon,t)}$. Суммарная осадка сжимаемой толщи имеет вид:

$$\sum S'(t) = \sum S_\gamma(t) + \sum S_\nu(t) \tag{4.23}$$

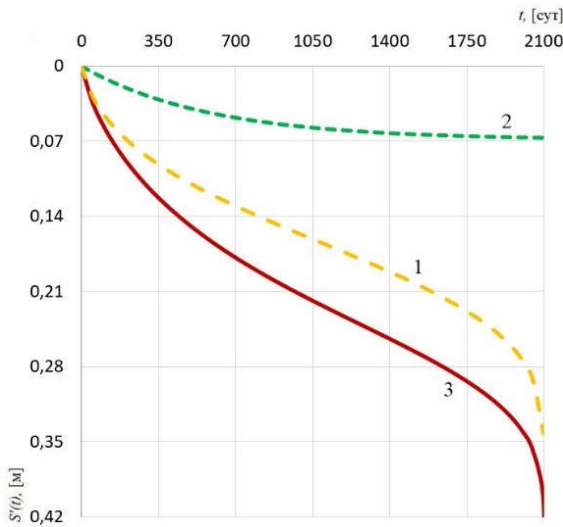
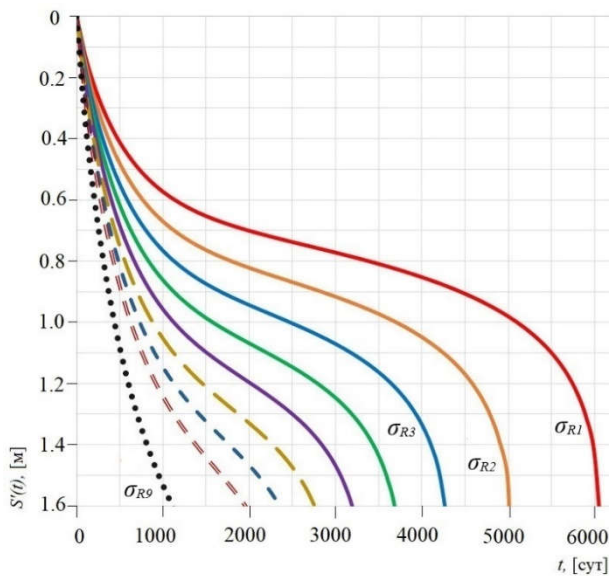
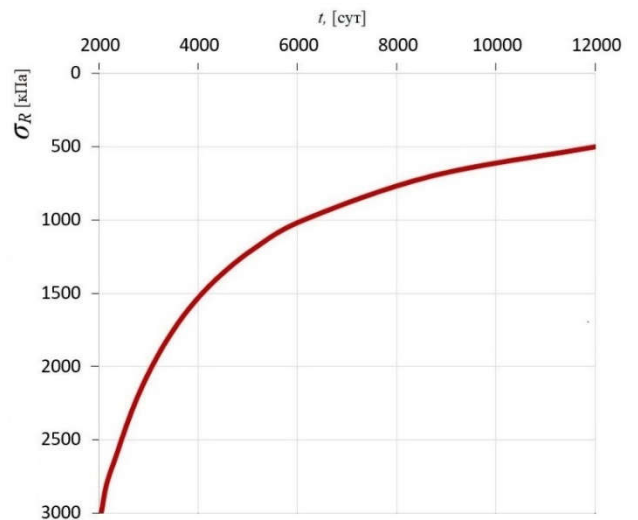


Рис. 4.6 Осадки $S'(t) - t$: 1 – определенные по модели Тер - Мартирисяна; 2 – определенные по модели Кевина - Фойгта; 3 – суммарные деформации, определенные по формуле (4.23)

При построении нескольких графиков зависимости нагрузки от фундамента p и осадки S можно построить график длительной устойчивости основания. Осадки основания при различных нагрузках от фундамента p представлены на рис. 4.7 а, а график длительной прочности основания представлен на рис. 4.7 б.



(а)



(б)

Рис. 4.7 Суммарные осадки $S - t$ при различных σ_R (а) и график длительной прочности подстилающего грунтового основания (б)

В пятой главе приведены задачи и их решения о взаимодействии барретного фундамента с ростверком и с окружающим и подстилающим грунтами в линейной постановке, а также предложены приведенные модули и коэффициент постели грунтовой ячейки.

Взаимодействие абсолютно жесткой барреты с окружающим грунтом в составе барретно-плитного фундамента

Решение задачи по схеме «висячая баррета» $S_R \neq 0$

Согласно расчетной схеме (рис. 5.1) при взаимодействии барреты с ростверком и с массивом грунта, важно отметить, что нагрузка, приложенная к ростверку, воспринимается барретой и окружающим грунтом в первом приближении по следующей закономерности:

$$P = \sigma_N \omega + \sigma_s (1 - \omega) \quad (5.1)$$

где p – усилие, приложенное к ростверку; σ_N – напряжение на уровне оголовка барреты; σ_s – напряжение в окружающем грунте; ω – безразмерный коэффициент, $\omega = ab / AB$

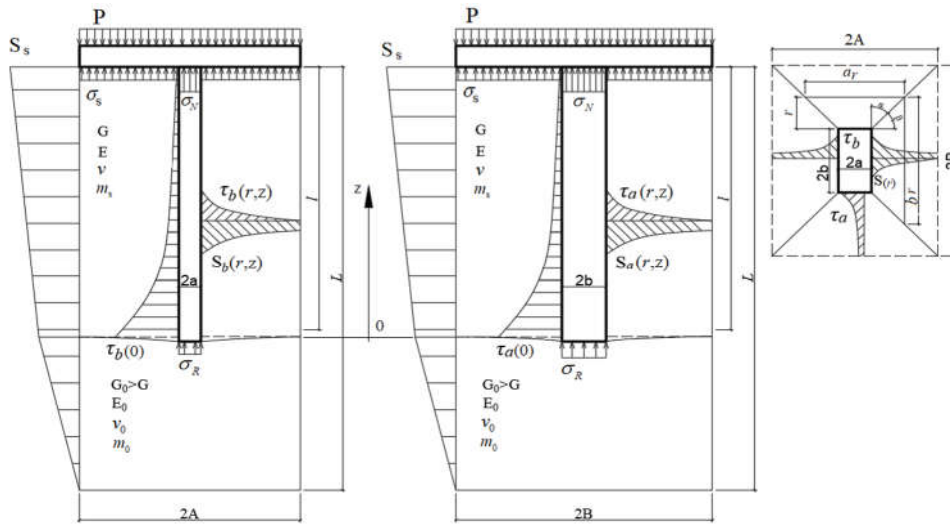


Рис. 5.1 Расчетная схема задачи взаимодействия абсолютно жесткой барреты с ростверком и окружающим грунтом

Касательные напряжения $\tau_a(r)$ и $\tau_b(r)$ по сторонам $2a$ и $2b$ представлены следующим образом:

$$\tau_a(r) = \tau_a \frac{(B-r_1)^2}{(B-b)^2}; \quad \tau_b(r) = \tau_b \frac{(A-r_2)^2}{(A-a)^2} \quad (5.2)$$

где τ_a и τ_b максимальные касательные напряжения на контактной поверхности барреты соответственно сторонам $2a$ и $2b$.

Зависимость $\gamma_a(r)$ и $\gamma_b(r)$ от $\tau_a(r)$ и $\tau_b(r)$ в грунте имеет вид:

$$\gamma_a(r) = \frac{-dS_a(r)}{dr} = \frac{-\tau_a(r)}{G}; \quad \gamma_b(r) = \frac{-dS_b(r)}{dr} = \frac{-\tau_b(r)}{G} \quad (5.3)$$

Вертикальные перемещения барреты представлены следующим образом:

$$S_a(z,r) = \tau_a(z) \frac{(B-r_1)^3}{3G(B-b)^2} + C_a; \quad S_b(z,r) = \tau_b(z) \frac{(A-r_2)^3}{3G(A-a)^2} + C_b \quad (5.4)$$

где C_a и C_b константы, определяющие из граничных условий $r_1 = B$ и $r_2 = A$ соответственно. Из условия компрессионного сжатия массива окружающего грунта от σ_s , можно записать:

$$S_s(z) = \sigma_s m_s z + \sigma_s m_0 (L-l) \quad (5.5)$$

где m_s и m_0 – коэффициенты относительной сжимаемости окружающего грунта и подстилающего грунта; l – глубина погружения барретты; L – глубина грунтовой ячейки.

$$S_a(z, r = B) = C_a = S_b(z, r = A) = C_b = \sigma_s m_s z + \sigma_s m_0 (L - l) \quad (5.6)$$

При $r_1 = b$; $r_2 = a$, $S_a(z)$ и $S_b(z)$ определяются следующим образом:

$$S_a(z) = \tau_a(z) \frac{B-b}{3G} + \sigma_s m_s z + \sigma_s m_0 (L-l); \quad S_b(z) = \tau_b(z) \frac{A-a}{3G} + \sigma_s m_s z + \sigma_s m_0 (L-l) \quad (5.7)$$

Осадка нижнего конца барретты вычисляется по (3.2), т.е.

$$S_R = \frac{\sigma_R (1 - \nu_0) a K_l w}{G_0} = \sigma_R K \quad (5.8)$$

Из условия равновесия элементарного слоя барретты dz , следует, что

$$4ab d\sigma_b(z) = (4\tau_a a + 4\tau_b b) dz \quad (5.9)$$

$$\frac{d\sigma_b(z)}{dz} = \tau_a(z) \frac{(A-a)a + (B-b)b}{(A-a)ab} = \tau_a(z) I; \quad \text{где } I = \frac{(A-a)a + (B-b)b}{(A-a)ab} \quad (5.10)$$

Закономерность изменения $\tau_a(z)$ по z имеет вид:

$$\tau_a(z) = \tau_a(0) \cdot e^{-\alpha z} \quad (5.11)$$

где $\tau_a(0)$ – максимальное касательное напряжение по стороне $2a$ на уровне подошвы барретты.

α – безразмерный коэффициент, $\alpha = \frac{3}{l} \div \frac{5}{l}$; l (м) – глубина погружения барретты.

$$\sigma_b(z) = \tau_a(0) I \frac{1 - e^{-\alpha z}}{\alpha} + \tau_a(0) \frac{I}{\alpha} + \sigma_R \quad (5.12)$$

При учете несжимаемости барретты осадка пяты барретты и осадка окружающего грунта на уровне оголовка барретты ($z = l$) равны, т.е: $S_a(z = l) = S_R$

$$\tau_a(0) \cdot e^{-\alpha l} \frac{B-b}{3G} + \sigma_s m_s l + \sigma_s m_0 (L-l) = \sigma_R K \quad (5.13)$$

Из условия $S_a(z = 0) = S_R$ получаем:

$$\tau_a(0) \cdot \frac{B-b}{3G} + \sigma_s m_0 (L-l) = \sigma_R K \quad (5.14)$$

Зависимость $\tau_a(0)$ от σ_s принята путем сопоставления (5.14) и (5.13)

$$\tau_a(0) = \sigma_s \frac{3G}{B-b} \frac{m_s l}{1 - e^{-\alpha l}} \quad (5.15)$$

Подставляя (5.15) в (5.14) получаем:

$$\sigma_s = \sigma_R \frac{K(1 - e^{-\alpha l})}{m_s l + m_0 (L-l)(1 - e^{-\alpha l})} \quad (5.16)$$

Подставляя (5.15) и (5.16) в (5.1) получаем:

$$\sigma_R = \frac{P}{I_2}, \quad \text{где } I_2 = \frac{K \cdot (1 - e^{-\alpha l})}{m_s l + m_0 (L-l)(1 - e^{-\alpha l})} \left[\frac{3G \cdot I \cdot m_s l}{\alpha (B-b)} \omega + 1 - \omega \right] + \omega \quad (5.17)$$

Из (5.16) и (5.15) получаем σ_s , $\tau_a(0)$:

$$\sigma_s = \frac{P}{I_2} \frac{K(1 - e^{-\alpha l})}{m_s l + m_0 (L-l)(1 - e^{-\alpha l})}; \quad \tau_a(0) = \frac{P}{I_2 (B-b)} \frac{3G \cdot K \cdot m_s l}{m_s l + m_0 (L-l)(1 - e^{-\alpha l})} \quad (5.18)$$

Осадка барреты в составе плитного фундамента состоит из осадки продавливания барреты и осадки компрессионного подстилающего грунта:

$$S_p = S_R + S_0 = \frac{P \cdot (1 - \nu_0) \cdot a \cdot K_l \cdot w}{I_2 G_0} + P \cdot m_0 \cdot (L - l) \quad (5.19)$$

Распределение $\sigma_z(z)$ подчиняется экспоненциальной закономерности следующим образом:

$$\sigma_b(z) = \frac{P}{I_2(B-b)} \frac{3G \cdot K \cdot m_s \cdot l}{m_s l + m_0(L-l)(1 - e^{-\alpha \cdot l})} \frac{I}{\alpha} (1 - e^{-\alpha \cdot z}) + \frac{P}{I_2} \quad (5.20)$$

Распределения $\tau_a(z)$ по стороне $2a$ и напряжения $\sigma_s(z)$ представлены в виде:

$$\tau_a(z) = \frac{P}{I_2(B-b)} \frac{3G \cdot K \cdot m_s \cdot l}{m_s l + m_0(L-l)(1 - e^{-\alpha \cdot l})} \cdot e^{-\alpha \cdot z}; \quad \sigma_s(z) = \frac{P}{1 - \omega} - \sigma_b(z) \frac{\omega}{1 - \omega} \quad (5.21)$$

Приведенные модуль деформации \bar{E}_1 , коэффициент постели $\bar{C}_{n.1}$ системы «баррета-ростверк-массив грунта» представлены соответственно следующим образом:

$$\bar{E}_1 = \frac{0.8 I_2 \cdot L}{K + I_2 m_0 \cdot (L - l)}; \quad \bar{C}_{n.1} = \frac{P}{S_p} = \frac{I_2 L}{K + I_2 m_0 \cdot (L - l)} \quad (5.22)$$

Графики $\sigma_b(z)$; $\tau_a(z)$; $\sigma_s(z)$ при различных значениях α представлены на рисунках 5.2 – 5.4

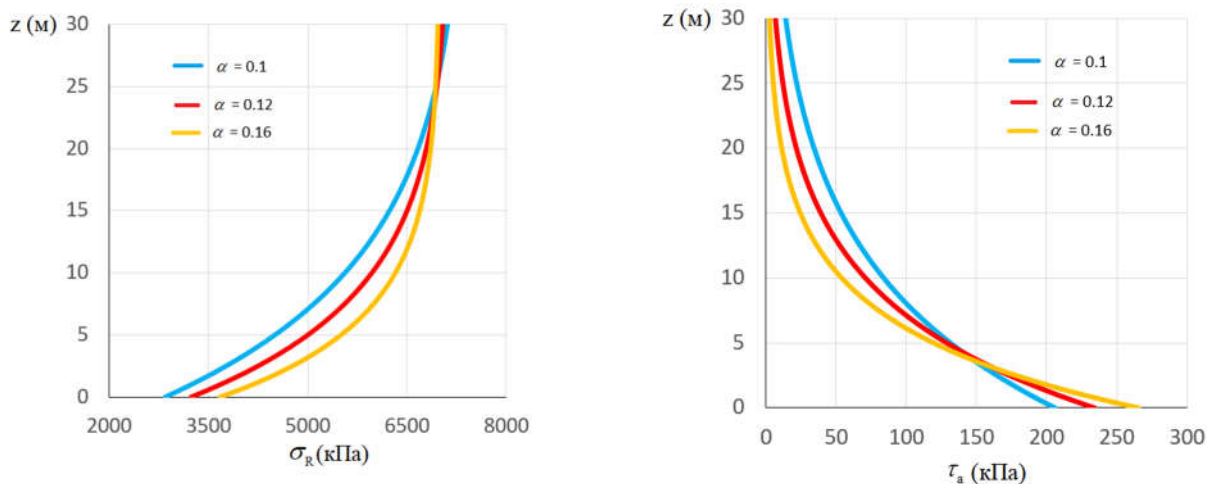


Рис. 5.2. Кривые зависимости $\sigma_b(z)$ и $\tau_a(z)$ от глубины

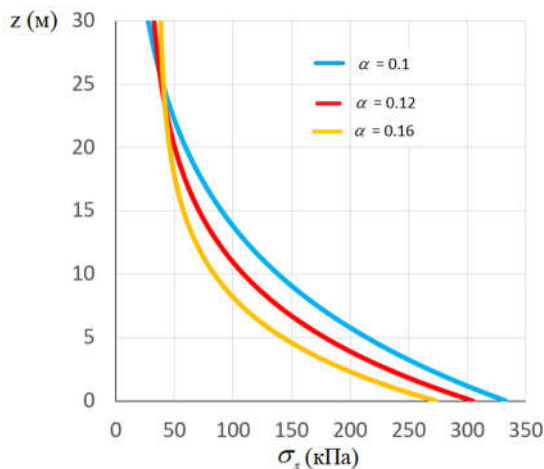


Рис. 5.3. Кривые зависимости $\sigma_s(z)$ от глубины

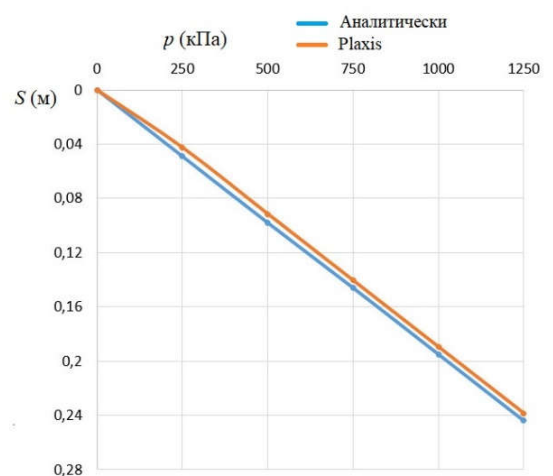


Рис. 5.4. Графики «нагрузка – осадка», полученные по формуле (5.19) и численным методом в Plaxis 3D.

Взаимодействие барреты конечной жесткости с массивом грунта в составе барретно-плитного фундамента

Решение задачи по схеме «баррета стойка» $S_R = 0$

При $S_R = 0$, вертикальные перемещения ростверка, барреты и окружающего грунта оказываются одинаковыми. В первом приближении, можно принять, что происходит компрессионное сжатие системы «ростверк – баррета – массив грунта», в которой напряжения остается постоянным по глубине.

При взаимодействии барреты с ростверком и с массивом грунта, важно отметить, что нагрузка, приложенная к ростверку, воспринимается барретой и окружающим грунтом по (5.1).

Осадка окружающего грунта за счет компрессионного сжатия определена следующим образом:

$$S_s = \sigma_s m_s l \quad (5.23)$$

где m_s – коэффициент относительной сжимаемости окружающего грунта; l – глубина погружения барреты; σ_s – вертикальное напряжение в окружающем грунте.

Осадка барреты за счет σ_N на уровне оголовка барреты:

$$S_b = \sigma_N m_b l \quad (5.24)$$

где m_b – коэффициент относительной сжимаемости материала барреты; σ_N – вертикальное напряжение в баррете.

На основе условия $S_R = 0$ – баррета стойка, вертикальные перемещения ростверка, барреты и окружающего грунта принимают одинаковые значения $S_s = S_b$, получаем:

$$\sigma_N = \sigma_s \frac{m_s}{m_b} \quad (5.25)$$

Подставляя σ_N из (5.25) в (5.24), и (5.1) получаем:

$$\sigma_N = p \frac{m_s}{m_s \omega + m_b (1 - \omega)}; \quad \sigma_s = p \frac{m_b}{m_s \omega + m_b (1 - \omega)} \quad (5.29)$$

Исходя из условия $S_s = S_b$ следует отметить, что $p \bar{m} l = S_b m_b l$, где \bar{m} – приведенный коэффициент относительной сжимаемости системы «ростверк – баррета – массив грунта» в целом. Подставляя сюда выражение из (5.29) окончательно получаем:

$$\bar{m} = p \frac{m_b m_s}{m_s \omega + m_b (1 - \omega)}; \quad S_p = \bar{m} p l \quad (5.30)$$

Решение задачи по схеме «висячая баррета» $S_R \neq 0$

Расчетная схема взаимодействия барреты конечной жесткости с массивом грунта в составе барретно-плитного фундамента согласно случаю «баррета – висячая» отображена на рисунке 5.5.

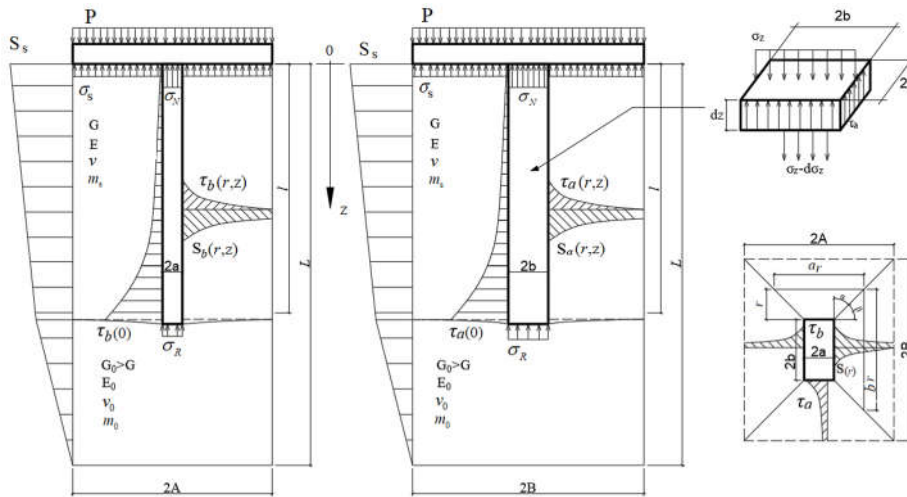


Рис. 5.5 Расчетная схема задачи взаимодействия барреты конечной жесткости с ростверком и массивом грунта

При учете сжимаемости барреты используется закон Гука, с учетом (5.10) имеем:

$$\frac{d^2 S(z)}{dz^2} \cdot E_{\sigma} = \tau_a(z) I \quad (5.31)$$

Подставляя выражение $\tau_a(z)$ из уравнения (5.7) в (5.31) получаем:

$$\frac{d^2 S_a(z)}{dz^2} - \lambda S_a(z) + \lambda [\sigma_s m_s (l-z) + \sigma_s m_0 (L-l)] = 0; \text{ где } \lambda^2 = \frac{3GI}{E_{\sigma}(B-b)} \quad (5.32)$$

Решение дифференциального уравнения (5.32) имеет вид:

$$S_a(z) = C_1 \cdot \text{sh} \lambda z + C_2 \cdot \text{ch} \lambda z + \sigma_s m_s (l-z) + \sigma_s m_0 (L-l) \quad (5.33)$$

При $z = 0$, осадка оголовка барреты равна осадке окружающего грунта. Тогда $C_2 = 0$, и отсюда выражение осадки барреты принимает вид:

$$S_a(z) = C_1 \cdot \text{sh} \lambda z + \sigma_s m_s (l-z) + \sigma_s m_0 (L-l) \quad (5.34)$$

Для определения усилий в баррете и окружающем грунте следует записать следующую систему уравнений:

1. Уравнение равновесия усилий между барретой и окружающим грунтом:

$$P = \sigma_N \omega + \sigma_s (1 - \omega) \quad (5.35)$$

2. Уравнение равновесия между напряжением в теле барреты и касательным напряжением:

$$4ab\sigma_N = 4a \int_0^l \tau_a(z) dz + 4b \int_0^l \tau_b(z) dz + 4ab\sigma_R \quad (5.36)$$

3. Равенство осадок барреты и массива грунта на уровне оголовка барреты ($z=0$) ($S_a(0) = S_{сж} + S_R$) можно записаться так:

$$\sigma_R K + \frac{(\sigma_N - \sigma_R) \cdot l}{E_{\sigma}} = \sigma_s m_s l + \sigma_s m_0 (L-l) \quad (5.37)$$

4. Равенство осадок барреты и массива грунта на уровне пяты барреты ($S_a(l) = S_R$) ($z=l$):

$$C_1 \cdot \text{sh} \lambda l + \sigma_s m_0 (L-l) = \sigma_R K \quad (5.38)$$

Система, предназначенная для определения усилий в системе «баррета – ростверк – массив грунта», состоит из 4 вышеуказанных уравнений (5.35), (5.36), (5.37), и (5.38):

$$\begin{cases} P = \sigma_N \omega + \sigma_s (1 - \omega); \sigma_N = \frac{3GI.C_1}{\lambda(B-b)} (ch\lambda z - 1) + \sigma_R \\ \sigma_R K + \frac{(\sigma_N - \sigma_R) \cdot l}{E_0} = \sigma_s m_s l + \sigma_s m_0 (L - l); C_1 \cdot sh\lambda l + \sigma_s m_0 (L - l) = \sigma_R K \end{cases} \quad (5.39)$$

Решая систему уравнений (5.39) с помощью Mathcad получаем неизвестные в виде:

$$\begin{cases} \sigma_R = \frac{P}{V_3 \omega + V_1 (1 - \omega)}; \sigma_N = \frac{PV_3}{V_3 \omega + V_1 (1 - \omega)}; \sigma_s = \frac{PV_1}{V_3 \omega + V_1 (1 - \omega)}; C_1 = \frac{PV_2}{V_3 \omega + V_1 (1 - \omega)} \\ V_1 = \frac{K + \frac{3l.G.K.I.(ch\lambda l - 1)}{\lambda E_0 (B - b) sh\lambda l}}{m_s l + m_0 (L - l)}; V_2 = \frac{K}{sh\lambda l} - V_1 \frac{m_0 (L - l)}{sh\lambda l}; V_3 = V_2 \frac{3.G.I.(ch\lambda l - 1)}{\lambda(B-b)} + 1; \end{cases} \quad (5.40)$$

Закон распределения $\tau_a(z)$ и $\tau_b(z)$ по глубине z :

$$\tau_a(z) = \frac{3G}{B-b} \cdot \frac{PV_2}{V_3 \omega + V_1 (1 - \omega)} \cdot sh\lambda z; \tau_b(z) = \frac{3G}{A-a} \cdot \frac{PV_2}{V_3 \omega + V_1 (1 - \omega)} \cdot sh\lambda z \quad (5.41)$$

Закон распределения $\sigma_b(z)$ и $\sigma_s(z)$ по глубине z имеет вид:

$$\sigma_b(z) = \frac{3GI}{\lambda(B-b)} \cdot \frac{PV_2}{V_3 \omega + V_1 (1 - \omega)} \cdot (1 - ch\lambda z) + \frac{PV_3}{V_3 \omega + V_1 (1 - \omega)}; \sigma_s(z) = \frac{P}{1 - \omega} - \sigma_b(z) \frac{\omega}{1 - \omega} \quad (5.42)$$

Осадка барреты в составе плитного фундамента состоит из осадки продавливания барреты, осадки за счет сжимаемости материала барреты и осадки уплотнения подстилающего грунта:

$$S_p = S_R + S_{сж} + S_0 = \frac{\sigma_R \cdot (1 - \nu_0) \cdot a \cdot K_l \cdot w}{G_0} + \frac{(\sigma_N - \sigma_R) l}{E_0} + P \cdot m_0 \cdot (L - l) \quad (5.43)$$

Приведенная модуль деформации системы «баррета-ростверк-массив грунта» \bar{E}_2 и Приведенный коэффициент постели $\bar{C}_{п.2}$ представлены следующим образом:

$$\bar{E}_2 = \frac{0.8(V_3 \omega + V_1 (1 - \omega)) L E_0}{KE_0 + (V_3 - 1)l + m_0 \cdot (L - l)(V_3 \omega + V_1 (1 - \omega)) E_0} \quad (5.44)$$

$$\bar{C}_{п.2} = \frac{P}{S_p} = \frac{(V_3 \omega + V_1 (1 - \omega)) L E_0}{KE_0 + (V_3 - 1)l + m_0 \cdot (L - l)(V_3 \omega + V_1 (1 - \omega)) E_0} \quad (5.45)$$

Графики $\sigma_b(z)$; $\tau_a(z)$; $\sigma_s(z)$ при различных длинах барреты $l_1 = 30$ м; $l_2 = 40$ м; $l_3 = 50$ м представлены на рисунках 5.6 и 5.8.

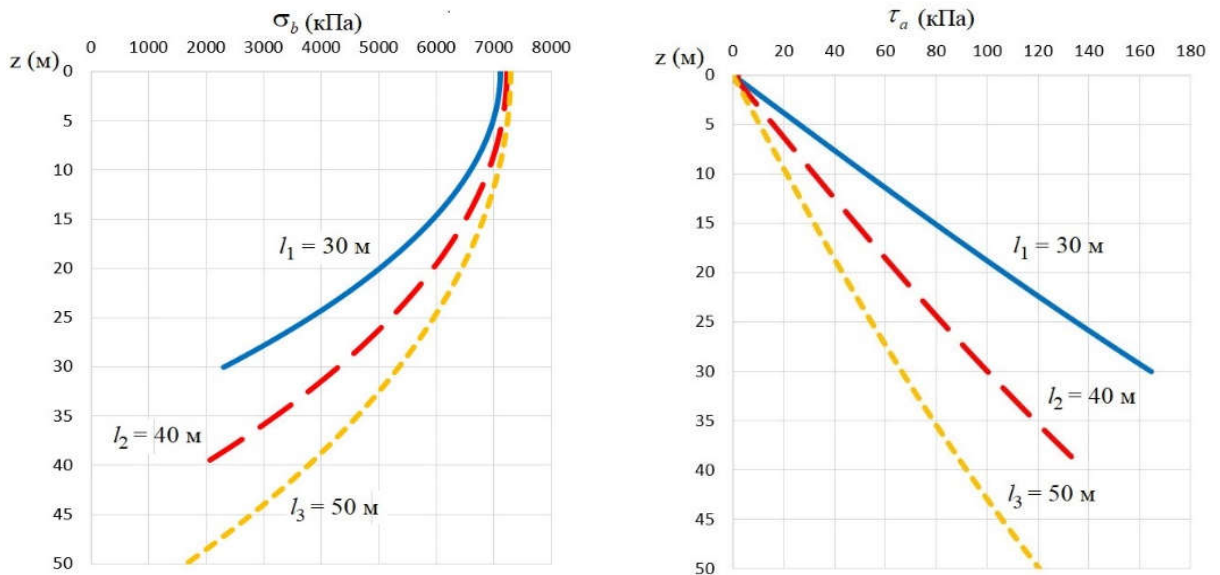
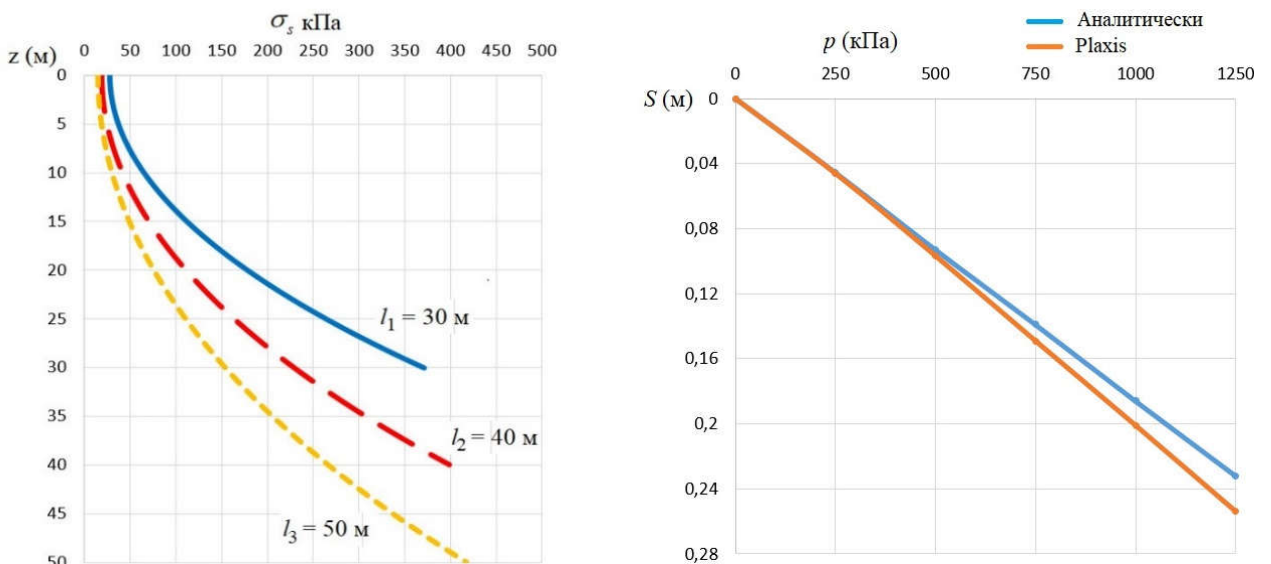
Рис. 5.6. Кривые зависимости $\sigma_b(z)$ и $\tau_a(z)$ от глубиныРис. 5.7. Кривые зависимости $\sigma_s(z)$ от глубины

Рис. 5.8. Графики «нагрузка – осадка» по (5.43) и численным Plaxis 3D методами

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании выполненных поставленных задач можно сделать следующие основные выводы:

1. Необходимо совершенствовать аналитическое и численные методы моделирования напряженно-деформированного состояния грунтовой ячейки в целях количественной оценки поведения барретных фундаментов под воздействием внешней нагрузки;
2. При взаимодействии грунтов со свайным фундаментом, учет реологических свойств грунтового основания необходим. Он оказывает значительное влияние на кривые осадок во времени, а также на особенности распределения воспринимаемой нагрузки на грунты через боковые поверхности и нижнего конца сваи. В результате необходимо совершенствовать существующие методы и разрабатывать современные методы расчета осадок свайных фундаментов, в том числе баррет и барретных фундаментов аналитическим и численным методом с учетом реологических свойств грунтов, основанные на расчетных моделях грунтовой среды;

3. Разработан метод количественной оценки НДС двухслойного массива грунта, вмещающего баррету и взаимодействующего с ними;

4. Учет сжимаемости материала барреты оказывает существенное влияние на распределение касательных напряжений по боковой поверхности и нижнему концу барреты, а также на величину вертикального перемещения массой барреты;

5. Осадка одиночной барреты растет нелинейно с ростом напряжения под ее пятой, находящейся в нелинейной зависимости от сил трения на боковой поверхности барреты. Эта зависимость определяется деформационными и прочностными свойствами окружающего и подстилающего грунтов, а также геометрических параметров барреты и окружающего грунта. В результате Показана нелинейная зависимость осадки от нагрузки и предложена кривая зависимость «осадка – нагрузка» для практических задач при применении баррет в качестве фундамента;

6. Совместное использование нелинейных моделей С.П. Тимошенко (для сдвиговой деформации) и С.С. Григоряна (для объемных деформации) с системой физических уравнений Генки позволяет построить кривые зависимости осадки барреты от напряжения σ_R с двойной кривизной в упруго – пластической постановке. Также показано, что при подборе разной комбинации данных параметров с различными параметрами деформируемости ($G, \nu, \varepsilon^*, \alpha$) и прочности (ϕ и c) грунтов, кривая «осадка – напряжение» ($S - \sigma_R$) может иметь затухающий и незатухающий с ростом характер;

7. Показана существенная зависимость характера распределения усилия между поверхностью и нижним концом барреты от деформационных, прочностных, и реологических характеристик массива грунта, а также геометрических параметров барреты и грунтовой ячейки. В результате построены кривые зависимости осадки барреты, а также усилия, образующегося при взаимодействии с массивом грунта, от времени для прогноза длительной несущей способности барреты по первой и второй группам предельного состояния;

8. Реологические свойства грунтового массива вызывают значительное влияние на механизм распределения и перераспределения напряжений в теле барреты и по ее боковой поверхности под пятой барреты. Анализ полученных кривых зависимости осадки и напряжения σ_R от времени показывает, что реологические параметры грунтовой среды оказывают существенно влияние на развитие во времени осадки и несущей способности барреты;

9. При совместном использовании моделей Кельвина – Фойгта и Тер-Мартirosяна А.З. с системой физических уравнений Генки, возможен прогноз длительные осадка и несущая способность барреты в виде кривой «осадка – напряжение» ($S - \sigma_R$) с двойной кривизной;

10. При взаимодействии барреты с массивом грунта и ростверком формируется сложное неоднородное напряженно деформированное состояние, которое существенно зависит от выбранных геометрических параметров барреты и грунтовой ячейки, а также физических и механических свойств массива грунта;

11. Решения задачи о взаимодействия барреты с массивом грунта и с ростверком в упругой постановке с учетом и без учета жесткости барреты показывают хорошую сходимость с численными методами аналогичной постановки;

12. Решения задачи взаимодействия барреты с массивом грунта и с ростверком показывают, что равномерно распределенная нагрузка, приложенная на ростверк, распределяется между барретой, окружающим и подстилающим грунтами неравномерно;

13. Решения задачи взаимодействия длинной барреты с массивом грунта и с ростверком также показывают, что на уровне нижнего конца приходится 10-15% от приложенной на ростверк нагрузки, распределение касательного напряжения по боковой поверхности барреты по глубине

подчиняется экспоненциальным функциям. При росте жесткости барреты, напряжение под пяты барреты возрастает;

14. Предложены приведенные коэффициент относительной сжимаемости, коэффициент постели и модуль деформации системы «баррета-ростверк-массив грунта»;

15. Предложены формулы для определения осадки и несущей способности барреты и барретного фундамента с учетом упруго-пластических и упруго-вязких свойств грунтов.

Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы

Необходимо дальнейшее развитие метода расчета осадок и несущей способности барреты и барретного фундамента с учетом упруго-вязких и упруго-пластических свойств грунтов на основании экспериментально-теоретических исследований. Это позволит совершенствовать методы количественной оценки НДС как одиночных баррет, так и баррет в составе барретно-плитных фундаментах, опирающихся на массив глинистого грунта.

Результаты экспериментальных и теоретических исследований, выполненных в настоящей работе, предполагается внедрить в практику НИР и опытно-конструкторских работ в НОЦ «Геотехника НИУ МГСУ», а также автором диссертационной работы в своей научной и педагогической деятельности во Вьетнаме, а также использования в качестве дополнительной научно-технической литературы.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Публикации в изданиях, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий ВАК:

1. Тер-Мартirosян З.Г., Тер-Мартirosян А.З., Дам Х.Х. Прогноз осадки и длительной несущей способности основания прямоугольного фундамента // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2022. № 3. С. 2-5.

2. Тер-Мартirosян З.Г., Тер-Мартirosян А.З., Дам Х.Х. Взаимодействие барреты с многослойным окружающим и подстилающим грунтами с учетом их упругих и упруго-вязко-пластических свойств // Вестник МГСУ. 2022. Т. 17. Вып. 9. С. 1135–1144.

Статьи, опубликованные в журналах, индексируемых в международных реферативных базах Scopus, Web of Science и др.:

3. Z G Ter-Martirosyan1 and H H Dam. Interaction of a barrette with surrounding and underlying soil taking into account rheological property of soils. Journal of Physics: Conference Series, Volume 1425, Modelling and Methods of Structural Analysis 13–15 November 2019, Moscow, Russian Federation. DOI: 10.1088/1742-6596/1425/1/012056.

4. Zaven G. Ter-Martirosyan, Armen Z. Ter-Martirosyan and Huu H. Dam. Settlement and Bearing Capacity of Rectangular Footing in Reliance on the Pre-Overburden Pressure of Soil Foundation. Appl. Sci. 2021, 11, 12124. <https://doi.org/10.3390/app112412124>.